ТОМ 23, №1, 2023
eISSN 2687-1653
РЕЦЕНЗИРУЕМЫЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)

Механика / Mechanics

Машиностроение и машиноведение / Machine Buiding and Machine Science

Информатика, вычислительная техника и управление / Information Technology, Computer Science and Management



www.vestnik-donstu.ru
DOI 10.23947/2687-1653



Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)

Рецензируемый научно-практический журнал (издается с 2000 года)

eISSN 2687-1653
DOI: 10.23947/2687-1653

Том 23, № 1, 2023

Создан в целях информирования читательской аудитории о новейших достижениях и перспективах в области механики, машиностроения, информатики и вычислительной техники. Издание является форумом для сотрудничества российских и иностранных ученых, способствует сближению российского и мирового научно-информационного пространства.

Журнал включен в перечень рецензируемых научных изданий, в котором должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (Перечень ВАК) по следующим научным специальностям:

1.1.7 – Теоретическая механика, динамика машин (технические науки)
1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела (технические, физико-математические науки)
1.1.9 – Механика жидкости, газа и плазмы (технические науки)
1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (технические науки)
2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка информации, статистика (технические науки)
2.3.3 – Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами (технические науки)
2.3.5 – Математическое и программное обеспечение вычислительных систем, комплексов и компьютерных сетей (технические науки)
2.3.7 – Компьютерное моделирование и автоматизация проектирования (технические, физико-математические науки)
2.3.8 – Информатика и информационные процессы (технические науки)
2.5.2 – Машиноведение (технические науки)
2.5.3 – Трение и износ в машинах (технические науки)
2.5.5 – Технология и оборудование механической и физико-технической обработки (технические науки)
2.5.6 – Технология машиностроения (технические науки)
2.5.8 – Сварка, родственные процессы и технологии (технические науки)
2.5.9 – Методы и приборы контроля и диагностики материалов, изделий, веществ и природной среды (технические науки)
2.5.10 – Гидравлические машины, вакуумная, компрессорная техника, гидро- и пневмосистемы (технические науки)

Индексация:	РИНЦ, CyberLeninka, CrossRef, Dimensions, DOAJ, EBSCO
Наименование органа, зарегистрировавшего издание	Свидетельство о регистрации средства массовой информации ЭЛ № ФС 77 – 78854 от 07 августа 2020 г., выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций
Учредитель и издатель	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донской государственный технический университет» (ДГТУ).
Периодичность	4 выпуска в год
Адрес учредителя и издателя	344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1.
E-mail	vestnik@donstu.ru
Телефон	+7 (863) 2–738–372
Сайт	http://vestnik-donstu.ru/
Дата выхода в свет	31.03.2023





Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)

Peer-reviewed scientific and practical journal (published since 2000)

eISSN 2687-1653
DOI: 10.23947/2687-1653

Vol. 23, no. 1, 2023

The journal is aimed at informing the readership about the latest achievements and prospects in the field of mechanics, mechanical engineering, computer science and computer technology. The publication is a forum for cooperation between Russian and foreign scientists, it contributes to the convergence of the Russian and world scientific and information space.

The journal publishes articles in the following fields of science:

– Theoretical Mechanics, Dynamics of Machines (Engineering Sciences)
– Deformable Solid Mechanics (Engineering, Physical and Mathematical Sciences)
– Mechanics of Liquid, Gas and Plasma (Engineering Sciences)
– Mathematical Simulation, Numerical Methods and Program Systems (Engineering Sciences)
– System Analysis, Information Management and Processing, Statistics (Engineering Sciences)
– Automation and Control of Technological Processes and Productions (Engineering Sciences)
– Software and Mathematical Support of Machines, Complexes and Computer Networks (Engineering Sciences)
– Computer Modeling and Design Automation (Engineering, Physical and Mathematical Sciences)
– Computer Science and Information Processes (Engineering Sciences)
– Machine Science (Engineering Sciences)
– Machine Friction and Wear (Engineering Sciences)
– Technology and Equipment of Mechanical and Physicotechnical Processing (Engineering Sciences)
– Engineering Technology (Engineering Sciences)
– Welding, Allied Processes and Technologies (Engineering Sciences)
– Methods and Devices for Monitoring and Diagnostics of Materials, Products, Substances and the Natural Environment (Engineering Sciences)
– Hydraulic Machines, Vacuum, Compressor Equipment, Hydraulic and Pneumatic Systems (Engineering Sciences)

Indexing:	RSCI, CyberLeninka, EBSCO, Dimensions, DOAJ
Name of the body that registered the publication	Mass media registration certificate ЭЛ № ФС 77 – 78854 dated August 07, 2020, issued by the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology and Mass Media.
Founder and publisher	Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Don State Technical University (DSTU).
Periodicity	Quarterly (4 issues per year)
Address of the founder and publisher	Gagarin Sq. 1, Rostov-on-Don, 344003, Russian Federation.
E-mail	vestnik@donstu.ru
Telephone	+7 (863) 2–738–372
Website	http://vestnik-donstu.ru/
Date of publication	31.03.2023



Содержание

МЕХАНИКА

Построение диаграммы предельных деформаций формоизменения листовых заготовок из авиационных алюминиевых сплавов 7
С.И. Феоктистов, И.К. Андрианов

К вопросу о построении математических моделей мембранной теории выпуклых оболочек 17
Е.В. Тюриков

Подтверждение показателей надежности при экспериментальной отработке сложной технической системы с последовательным соединением элементов 26
О.Ю. Царев, Ю.А. Царев

Метод решения задачи о движении нагрузки по ледяному покрову водоема по сложной траектории 34
А.В. Галабурдин

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

Оценка появления начальных разрушений от концентраторов напряжений в сварных соединениях и элементах конструкций 41
К.А. Молоков, В.В. Новиков, М. Дабалез

Устойчивость полиэтилена к нефти и сопутствующей воде 55
И.Р. Антибас

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Модель машинного обучения для обнаружения COVID-19 на ранней стадии по аномалиям в ритме сердца 66
М.С. Межов, В.О. Козицин, Ю.Д. Кацер

Отказоустойчивый кластер хранилища данных для аналитических запросов в банковской сфере 76
В.В. Сивов, В.А. Богатырев

Двухкритериальный метод обеспечения ресурсосбережения в краевом и туманном слоях сети 85
А.Б. Клименко

Математическая модель системы управления pH в in vitro модели желудочно-кишечного тракта домашней птицы 95
Д.Ю. Донской, А.Д. Лукьянов, В. Филипович, Т.Б. Астен

Contents

MECHANICS

Construction of Forming Limit Diagram for Sheet Blanks from Aviation Aluminum Alloys 7
SI Feoktistov, IK Andrianov

On the Construction of Mathematical Models of the Membrane Theory of Convex Shells 17
EV Tyurikov

Validation of Reliability Indices during Experimental Development of a Complex Technical Series System 26
OYu Tsarev, Yu A Tsarev

Method for Solving the Problem of Load Movement over the Ice Cover of a Reservoir along a Complex Trajectory 34
AV Galaburdin

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE

Evaluation of the Occurrence of Initial Failures from Stress Concentrators in Welded Joints and Structural Elements 41
KA Molokov, VV Novikov, M Dabalez

Polyethylene Resistance to Oil and Associated Water 55
IR Antipas

INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT

Machine Learning Model for Early Detection of COVID-19 by Heart Rhythm Abnormalities 66
MS Mezhov, VO Kozitsin, IuD Katser

Data Warehouse Failover Cluster for Analytical Queries in Banking 76
VV Sivov, VA Bogatyrev

Two-Criteria Technique for the Resource-Saving Computing in the Fog and Edge Network Tiers........... 85
AB Klimenko

Mathematical Model of the pH Control System in an In Vitro Model of the Gastrointestinal Tract of Poultry 95
DYu Donskoy, AD Lukyanov, V Filipović, TB Asten

МЕХАНИКА
MECHANICS







УДК 539.3
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-7-16

Научная статья



Построение диаграммы предельных деформаций формоизменения листовых заготовок из авиационных алюминиевых сплавов

С.И. Феоктистов, И.К. Андрианов ✉
Комсомольский-на-Амуре государственный университет, Российская Федерация, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27
✉ ivan_andrianov_90@mail.ru

Аннотация
Введение. Современное развитие штамповочного авиастроительного производства неразрывно связано с оценкой предельных возможностей листовых заготовок. Однако малоизученным является вопрос бездефектного формоизменения заготовок из авиационных алюминиевых сплавов. Важность данного вопроса связана с тем, что алюминиевые сплавы достаточно часто используются при изготовлении тонкостенных изделий авиационного назначения. При реализации процессов формообразования возможно появление различных дефектов — гофрообразования или недопустимого утонения. В связи с этим целью работы являлось построение диаграммы предельных деформаций основных авиационных сплавов и проведение сравнительного анализа кривых предельного деформирования для данных материалов.
Материалы и методы. Для учета больших деформаций были использованы логарифмические деформации, обладающие свойством аддитивности. Построение диаграммы предельных деформаций формоизменения проводилось в постановке деформационной теории пластичности. Вопрос построения диаграммы предельных деформаций рассмотрен на основании критерия положительности производной силы нагружения. В области отрицательных значений наименьших главных деформаций для построения кривой предельного деформирования использовался критерий Хилла, а в зоне положительных значений главных наименьших логарифмических деформаций — критерий Свифта. При построении диаграммы предельного деформирования использовалась степенная аппроксимация закона упрочнения.
Результаты исследования. Получены кривые предельных деформаций для авиационных сплавов: АМг-6, Д16АТ, АМг2М, 1201-Т, АМцМ. Согласно проведенному сравнительному анализу областей безопасного формоизменения, сопоставлены значения деформаций начала шейкообразования и их влияние на изменение положения кривой предельного деформирования заготовок: чем больше деформация шейкообразования, тем выше положение кривой предельных деформаций. Описана концепция диаграммы предельных деформаций Килера. Представлены подходы к построению критериев Хилла и Свифта, используемых по результатам испытания листовых образцов на разрыв.
Обсуждение и заключения. На основании построенных кривых предельных деформаций для авиационных сплавов АМг-6, Д16АТ, АМг2М, 1201-Т, АМцМ выяснили, что наибольшую область безопасного формоизменения имеет сплав АМг2М, наименьшую — сплав 1201-Т, что объясняется отличием относительных деформаций начала шейкообразования. Проведенное исследование позволило оценить возможности бездефектного формоизменения тонкостенных заготовок из основных авиационных алюминиевых сплавов. Применение построенных диаграмм предельного деформирования позволит прогнозировать появление разрывов в процессе формообразования листовых заготовок.

Ключевые слова: листовая штамповка, диаграмма предельных деформаций, логарифмические деформации, диаграмма Хилла-Свифта.

Благодарности. Авторы выражают благодарность «Совету по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских учёных и по государственной поддержке ведущих научных школ Российской Федерации» за финансовую поддержку для проведения исследования в рамках стипендии по

проекту СП-2200.2022.5 «Разработка моделей и алгоритмов расчёта пластического формообразования заготовок штамповочного производства».

Для цитирования: Феоктистов С.И., Андрианов И.К. Построение диаграммы предельных деформаций формоизменения листовых заготовок из авиационных алюминиевых сплавов. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(1):7–16. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-7-16

Original article

Construction of Forming Limit Diagram for Sheet Blanks from Aviation Aluminum Alloys

Sergey I Feoktistov, Ivan K Andrianov ✉
Komsomolsk-na-Amure State University, 27, Lenin Prospect, Komsomolsk-on-Amur, Russian Federation
✉ ivan_andrianov_90@mail.ru

Abstract
Introduction. The modern development of stamping aircraft manufacturing is inextricably linked with the assessment of the limiting capabilities of sheet blanks. However, the issue of defect-free forming of blanks made of aviation aluminum alloys is understudied. The importance of this issue is due to the fact that aluminum alloys are often used in the manufacture of thin-walled products for aviation purposes. During the implementation of shaping processes, various defects may appear, specifically, corrugation or unacceptable thinning. In this regard, the objective of the work was to construct a diagram of the limit deformations of the base aviation alloys and to conduct a comparative analysis of the limit deformation curves for these materials.
Materials and Methods. Logarithmic deformations with the property of additivity were used to account for large deformations. The construction of the diagram of the limit deformations was carried out in the formulation of the deformation theory of plasticity. The issue of constructing a diagram of limit deformations was considered on the basis of the positivity criterion of the loading force derivative. In the area of negative values of the smallest major deformations, the Hill criterion was used to construct the limit deformation curve, and in the area of positive values of the smallest major logarithmic deformations, the Swift criterion was used. When constructing the limit deformation diagram, a power approximation of the hardening rule was used.
Results. The curves of limiting deformations for the following aviation alloys were obtained: AMg6, D16AT, AMg2M, 1201-T, AMcM. According to the comparative analysis of the areas of safe forming, the values of deformations of the beginning of necking and their influence on the change in the position of the curve of the limiting deformation of blanks were compared: the greater the deformation of the neck formation, the higher the position of the curve of the limiting deformations. The concept of the Keeler's limit deformation diagram was described. Approaches to the construction of the Hill-Swift criteria used on the basis of the results of tensile testing of sheet specimens were presented.
Discussion and Conclusions. Based on the constructed curves of limiting deformations for aviation alloys, AMg-6, D16AT, AMg2M, 1201-T, AMcM, the following has been found. AMg2M alloy has the largest area of safe forming, 1201-T alloy has the smallest one. That is explained by the difference in relative deformations of the beginning of neck formation. The conducted research made it possible to evaluate the possibilities of defect-free forming of thin-walled blanks made of basic aviation aluminum alloys. The use of the constructed diagrams of limiting deformation will provide predicting the appearance of breaks in the process of forming sheet blanks.

Keywords: sheet stamping, forming limit diagram, logarithmic strains, Hill-Swift diagram.

Acknowledgements. Appreciation is expressed to the “Council for grants of the President of the Russian Federation for state support of young Russian scientists and for state support of leading scientific schools of the Russian Federation” for financial support of the research under scholarship project SP-2200.2022.5 “Development of models and algorithms for calculating the plastic shaping of blanks for stamping production”.

For citation. Feoktistov SI, Andrianov IK. Construction of Forming Limit Diagram for Sheet Blanks from Aviation Aluminum Alloys. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2023;23(1):7–16. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-7-16

Введение. Современное развитие авиационного производства неразрывно связано с исследованием процессов листовой штамповки. Одной из основных проблем в задаче формообразования является прогнозирование дефектов, в частности, утонений, разрывов, гофрообразования. Данные вопросы связаны с оценкой предельных возможностей заготовки. Под предельным формообразованием листовой заготовки будем

понимать способность материала деформироваться до требуемой геометрии без шейкообразования или разрушения.

На сегодняшний день проблема прогнозирования дефектов листовых заготовок в процессе штамповки решается с помощью следующих методов:

– эмпирических, основанных на механических испытаниях на простое растяжение металлических образцов, тонких листов и лент, испытаний на изгиб, а также методов испытаний труб на раздачу и протяжку;

– теоретико-эмпирических, которые основаны на использовании и распространении результатов испытаний образцов на одноосное растяжение на другие схемы деформирования заготовок;

– теоретических, в основе которых лежит использование критериев предельного деформирования, в частности, при изготовлении тонкостенных изделий. Основоположниками этих методов были Дж. Закс, Р. Хилл, А. Д. Томленов, В. Д. Головлев, Г. Д. Дель, З. Марчиняк, А. Д. Матвеев, Дж. Д. Любан [1–20].

Следует отметить, что недостатком эмпирических и теоретико-эмпирических методов является ограниченный круг использования результатов.

Наиболее важным шагом в решении вопроса прогнозирования дефектов тонкостенных изделий стала разработка концепции диаграммы предельных деформаций (FLD), предложенная Килером [16–20], которая на сегодняшний день является общепринятой в решении задач листовой штамповки. FLD-диаграммы широко используются в CAE-программных системах AUTOFORM и PAM-STAMP 2G.

Экспериментальные методы построения диаграмм деформирования основываются на методике испытаний, представленных в трудах Марчиняка и Наказимы. Следует также отметить, что вопросы пластического разрушения листовых заготовок рассматривались в [17–19]. В последнее десятилетие интерес к построению FLD-диаграмм существенно вырос, большинство зарубежных исследований направлено на экспериментальное построение диаграмм для конкретных материалов, а также численное моделирование процессов формоизменения с помощью конечно-элементных методов, что отражено в трудах [20–30]. Теоретические аспекты построения FLD-диаграмм и диаграмм деформирования III рода представлены в работах [31, 32].

Важно отметить, что диаграмма предельных деформаций позволяет оценить начало шейкообразования, которое в процессе деформирования заканчивается разрушением образца. FLD-диаграмма связывает значения главных логарифмических деформаций, действующих в плоскости листа. Диаграммы предельных деформаций позволяют не только прогнозировать разрушение заготовки, но и оценивать наличие других дефектов, в частности, складкообразование, утонения, которые, в свою очередь, понижают качество штампуемой детали. Основными зонами FLD-диаграммы являются зоны разрушений, возможных разрывов, безопасного формоизменения, вероятного образования складок и складкообразования (рис. 1) [31].

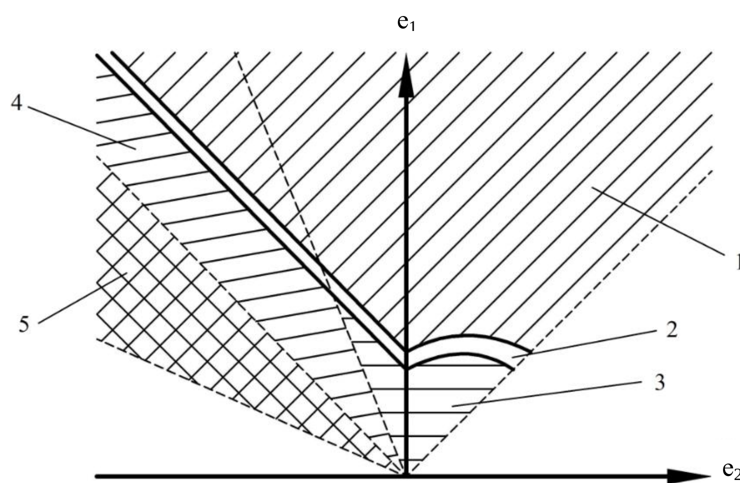


Рис. 1. Диаграмма предельных деформаций: 1 — зона разрушений; 2 — зона возможных разрывов; 3 — зона безопасного формообразования; 4 — зона вероятного образования складок; 5 — зона складкообразования [31]

Материалы и методы. При описании процессов формообразования тонкостенных заготовок момент перехода в стадию пластичности определяется в соответствии с критерием Губера-фон Мизеса [33]:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} = \sigma_{\text{Т}} ,$$

где σ_1, σ_2 — главные истинные напряжения, при $\sigma_3 = 0$ ввиду малой толщин заготовки; σ_i — интенсивность истинных напряжений; $\sigma_{\text{Т}}$ — предел текучести.

В соответствии с деформационной теорией пластичности зависимость между интенсивностью напряжений и интенсивностью логарифмических деформаций определяется как:

$$\left.\begin{aligned} e_1 = \frac{e_i}{\sigma_i}\left(\sigma_1 - \frac{1}{2}\sigma_2\right), \\ e_2 = \frac{e_i}{\sigma_i}\left(\sigma_2 - \frac{1}{2}\sigma_1\right), \end{aligned}\right\}, \quad (1)$$

где $e_1, e_2,$ — главные деформации.

Поскольку в задачах листовой штамповки процессы формоизменения могут происходить в несколько переходов, поэтому рассматриваются большие деформации. Применение относительных деформаций недопустимо. В связи с этим деформированное состояние в (1) представлено в истинных логарифмических деформациях.

Интенсивность главных деформаций:

$$e_i = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{e_1^2 + e_2^2 + e_1 e_2}.$$

Отношение главных деформаций и главных истинных напряжений:

$$\alpha = \frac{e_2}{e_1}, \beta = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}. \quad (2)$$

На основании соотношения (1) и (2), связь между α и β определяется:

$$\beta = \frac{2\alpha + 1}{2 + \alpha}. \quad (3)$$

Согласно выражению (2), критерий Губера-Мизеса имеет вид:

$$\sigma_i = \sigma_1\sqrt{1 - \beta + \beta^2} = \sigma_{\text{Т}},$$

а интенсивность деформаций:

$$e_i = \frac{2}{\sqrt{3}} e_1\sqrt{1 + \alpha + \alpha^2}. \quad (4)$$

Для оценки начала шейкообразования на сегодняшний день используется критерий положительности производной силы нагружения, основоположниками которого являются Дж. Закс и Дж. Д. Любан [17]. Согласно описанному критерию, деформирование образца является устойчивым при положительном приращении растягивающего усилия. Момент неустойчивого деформирования с последующим растяжением начинается при $\Delta P = 0$ и продолжается при $\Delta P < 0$ (рис. 2).

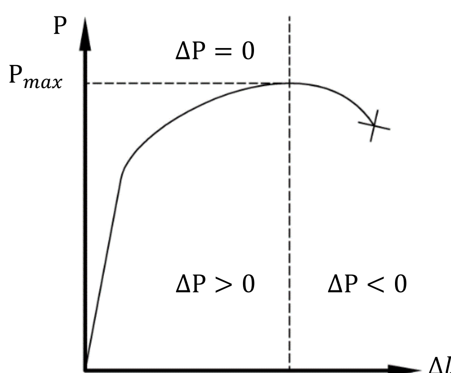


Рис. 2. Индикаторная диаграмма одноосного растяжения образца [33]

Диаграмму деформирования алюминиевых сплавов, получаемую по результатам испытания на одноосное растяжение, при теоретическом анализе диаграмм предельных деформаций формоизменения аппроксимируют степенной функцией [18, 19, 31, 32]:

$$\sigma_S = Ae^n \text{ или } \sigma_i = Ae_i^n,$$

где $\sigma_S = P/F$ — истинное напряжение; P — растягивающее усилие; F— текущая площадь сечения образца; $e = \ln(1 + \Delta l/l_0)$, а A и n — коэффициенты степенной аппроксимации.

Используя критерий положительности производной силы нагружения и степенную аппроксимацию диаграммы деформирования III рода, можно получить связь между предельной деформацией образца в момент возникновения рассеянной шейки и коэффициентом степенной аппроксимации n при условии $\Delta P = 0$ (рис. 3) [32]:

$$e_{ш} = e_{iш} = n. \quad (5)$$

Важно отметить, что соотношение (1) выполняется при использовании логарифмических деформаций. В случае использования относительных деформаций возможно только приближенное равенство.

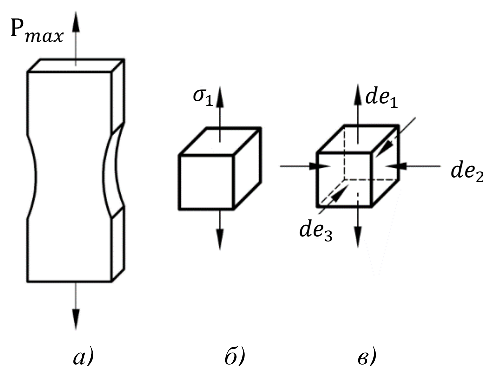


Рис. 3. Возникновение рассеянной шейки при одноосном растяжении плоского образца: *а* — образец; *б* — напряженное состояние; *в* — деформированное состояние [33]

Рассмотрим напряженное состояние пластины, к которой по краям приложены два растягивающих усилия, т.е. заготовка испытывает двухосное растяжение (рис. 4).

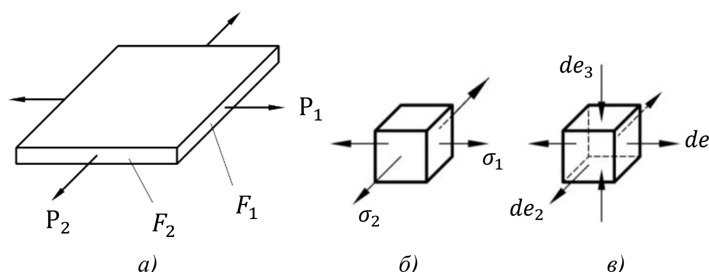


Рис. 4. Напряженно-деформированное состояние пластины при двухосном растяжении: *а* — пластина; *б* — напряженное состояние; *в* — деформированное состояние [33]

Используя критерий положительности производной силы нагружения, определим величину предельной деформации $e_{iш}$ в момент, когда силы P_1 или P_2 максимальны. Для случая, когда $F_2/F_1 = \text{const}$, $P_2/P_1 = \text{const}$, в момент максимума растягивающих усилий $dP_1 = dP_2 = 0$. Г. В. Свифтом [19] предложено соотношение для предельной деформации:

$$e_{iш} = 4n\frac{(1-\beta+\beta^2)^{3/2}}{4-3\beta-3\beta^2+4\beta^3}.$$

Согласно выражениям (2)–(4), соотношение для описания кривой предельных деформаций при различных показателях степенной аппроксимации в зоне упрочнения имеет вид:

$$4(e_1-n)(e_2+2e_1)^3 - 3(e_1-2n)(e_1+2e_2)(e_2+2e_1)^2 -$$
$$-3(e_1+2n)(e_2+2e_1)(e_1+2e_2)^2 + 2(2e_1+n)(e_1+2e_2)^3 = 0. \quad (6)$$

Из экспериментальных и теоретических работ известно, что после возникновения рассеянной шейки пластическая деформация образца продолжается. В дальнейшем может возникнуть локализованная шейка, которая отличается от рассеянной не только размерами, но и тем, что её возникновение и развитие осуществляются в условиях плоской деформации при интенсивном утонении образца по толщине.

Согласно исследованиям Р. Хилла [20], критерий предельного деформирования определяется моментом образования локальной шейки, при котором приращение суммарного усилия равно нулю. В этом случае соотношение для предельной деформации определяется выражением:

$$e_{iш} = 2n\frac{\left(1-\beta+\beta^2\right)^{1/2}}{1+\beta}. \quad (7)$$

С учетом выражений (2), (4), выражение (7) для построения диаграммы предельных деформации по критерию Хилла имеет вид:

$$e_1 + e_2 - n = 0. \quad (8)$$

Следует также отметить, что описанный подход согласуется с методом конечных элементов, который широко применяется для построения FLD-диаграмм различных материалов в последние годы [21–29].

Результаты исследования. На практике построение FLD-диаграммы будем осуществлять с использованием двух критериев [31], а именно: критерия Хилла, который используется при $e_2 \leq 0$ согласно (8); критерия Свифта, который используется при $e_2 \geq 0$ согласно (6). Рассмотрим применение данных соотношений для построения кривой предельных деформаций широко используемых в авиационной промышленности алюминиевых сплавов при известных значениях деформации шейкообразования: $\varepsilon_ш = 0{,}18$ (АМг-6), $\varepsilon_ш = 0{,}16$ (Д16АТ), $\varepsilon_ш = 0{,}2$ (АМг2М), $\varepsilon_ш = 0{,}06$ (1201–Т), $\varepsilon_ш = 0{,}1$ (АМцМ) [34].

Определяя $e_ш$ по формуле $e_ш = \ln(1 + \varepsilon_ш)$ и используя выражение (5), получим значение показателей деформационного упрочнения: $n = 0{,}17$ (АМг-6), $n = 0{,}15$ (Д16АТ), $n = 0{,}18$ (АМг2М), $n = 0{,}06$ (1201-Т), $n = 0{,}09$ (АМцМ). Тогда диаграмма Хилла-Свифта, согласно (6), (8), примет вид, изображенный на рис. 5.

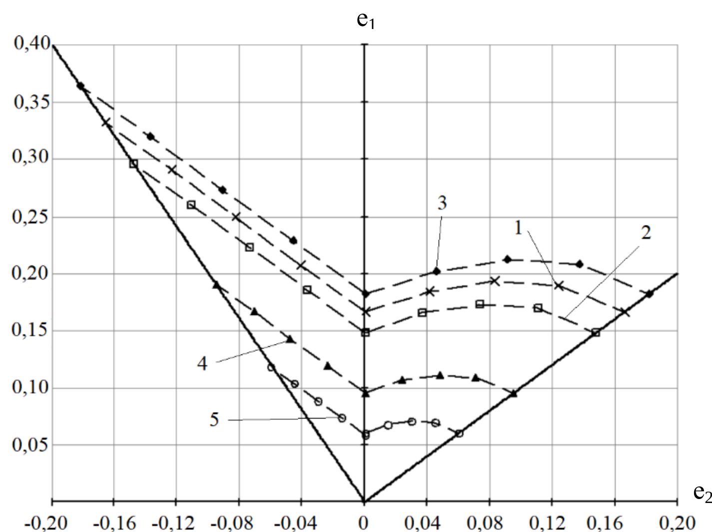


Рис. 5. FLD-диаграммы Хилла-Свифта для различных авиационных сплавов:
1 — АМг-6; 2 — Д16АТ; 3 — АМг2М; 4 — 1201-Т; 5 — АМцМ

Обсуждение и заключения. Согласно построенным кривым предельных деформаций наибольшая область безопасного формоизменения из пяти исследуемых сплавов у сплава АМг2М, наименьшая — у сплава 1201-Т, что обусловлено различиями в деформационных свойствах материалов, в частности, отличием деформаций начала шейкообразования. У сплава АМг2М относительная деформация начала шейкообразования составляет 20 %, а у сплава 1201-Т — 6 %.

Таким образом, на основании данных о кривых упрочнения, степенной аппроксимации и деформации шейкообразования для авиационных алюминиевых сплавов АМг-6, Д16АТ, АМг2М, 1201-Т, АМцМ построены кривые предельных деформаций формоизменения, позволяющие определить зону безопасного деформирования листовых заготовок. Результаты исследования имеют практическую значимость при решении задач листовой штамповки для данных материалов с целью прогнозирования недопустимых утонений, разрывов и складкообразований тонкостенных заготовок.

Список литературы

1. Narayanasamy R., Narayanan S. Forming Limit Diagram for Interstitial Free Steels Supplied by Ford India Motors. *Materials and Design*. 2007;28(1):16–35. https://doi.org/10.1016/j.matdes.2005.06.021

2. Krishnan E., Narayanan S., Narayanasamy R. Modelling of Forming Limit Diagram of Perforated Commercial Pure Aluminium Sheets Using Artificial Neural Network. *Computational Materials Science.* 2010;47(4):1072–1078. https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2009.12.016

3. Li B., Nye T.J., Wu P.D. Predicting the Forming Limit Diagram of AA 5182-O. *Journal of Strain Analysis for Engineering Design.* 2010;45(4):255–273. https://doi.org/10.1243/03093247JSA608

4. Hong Wei Liu, Peng Zhang. Forming Limit Diagram of Stainless Steel-Aluminum Alloy Clad. *Advanced Materials Research*. 2011;152–153:541–544. https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.152-153.541

5. Chamos A.N., Labeas G.N., Setsika D. Tensile Behavior and Formability Evaluation of Titanium-40 Material Based on the Forming Limit Diagram Approach. *Journal of Materials Engineering and Performance.* 2013;22(8):2253–2260. https://doi.org/10.1007/s11665-013-0495-1

6. Feoktistov S.I., Kyaw Zayar Soe. Method for Construction of Forming Limit Diagram by Using Reference Mechanical Characteristics of the Metal. *Materials Science Forum.* 2019;945:833–838. https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.945.833

7. Zhiying Sun, Hong Zhuang. Experimental Study on Forming Limit Diagram Obtained by Bulging Uniformly in Thickness Direction. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2019;104(9):967–977. https://doi.org/10.1007/s00170-019-03887-9

8. Min-A Woo, Woo-Jin Song, Beom-Soo Kang, et al. Acquisition and Evaluation of Theoretical Forming Limit Diagram of Al 6061-T6 in Electrohydraulic Forming Process. *Metals*. 2019;9:401. https://doi.org/10.3390/met9040401

9. Глущенков В.А., Черников Д.Г., Тиабашвили А.Т. Способ динамических испытаний листовых материалов с использованием магнитно-импульсного нагружения. *Актуальные проблемы в машиностроении.* 2017;4(4):94–99.

10. Давиденко М.А., Давиденко А.И., Матвеев В.П. и др. Определение предельных деформаций сталефибробетона на основе энергетических зависимостей диаграмм деформирования бетона. *Научный вестник государственного образовательного учреждения Луганской Народной Республики «Луганский национальный аграрный университет».* 2020;8(3):214–219.

11. Мамутов В.С., Мамутов А.В., Арсентьева К.С. и др. Экспериментально-расчетная диаграмма предельных деформаций для проектирования электрогидроимпульсной штамповки. *Современное машиностроение. Наука и образование.* 2021;10:611–622.

12. Келлер И.Э., Петухов Д.С., Казанцев А.В. и др. Диаграмма предельных деформаций при горячей листовой штамповке металлов. Обзор моделей материала, критериев вязкого разрушения и стандартных испытаний. *Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки.* 2018;22(3):447–486. http://doi.org/10.14498/vsgtu1608

13. Безгодов И.М., Дмитренко Е.Н. Совершенствование криволинейных диаграмм деформирования бетона. *Промышленное и гражданское строительство.* 2019;8:99–104. https://doi.org/10.33622/0869-7019.2019.08.99-104

14. Ерышев В.А. Численные методы расчета прочности железобетонных элементов по нелинейной деформационной модели с использованием диаграмм деформирования материалов. *Вестник НГИЭИ.* 2018;85(6);17–26.

15. Изосимова С.В. Исследование влияния формы заготовки на точность построения диаграммы предельных деформаций. *Молодежный научно-технический вестник.* 2013;10:3.

16. Феоктистов С.И., Чжо Заяр Со. Определение технологических возможностей титановых и алюминиевых сплавов при раздаче. *Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета.* 2019;37(1):4–9.

17. Феоктистов С.И., Чжо Заяр Со. Определение предельного коэффициента раздачи по fld-диаграммам. *Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением.* 2019:9;3–7.

18. Феоктистов С.И. Чжо Заяр Со. Определение предельного коэффициента вытяжки титановых и алюминиевых сплавов по FLD-диаграммам. *Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением.* 2019;5:27–34.

19. Swift H.W. Plastic Instability under Plane Stress. *Journal of the Mechanical and Physics of Solids*. 1952;1:1–18. https://doi.org/10.1016/0022-5096(52)90002-1

20. Hill R. On Discontinuous Plastic States with Special Reference to Localized Necking in Thin Sheet. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids.* 1952;1:19–30. https://doi.org/10.1016/0022-5096(52)90003-3

21. Petroušek P., Kočiško R., Kvackaj T., et al. Formability Evaluation of Aluminium Alloys by FLD Diagrams. *Acta Physica Polonica A.* 2017;131:1344–1347. http://dx.doi.org/10.12693/APhysPolA.131.1344

22. Lisiecka-Graca P., Kwiecień M., Madej Ł., et al. Application of the DIC System to Build a Forming Limit Diagram (FLD) of Multilayer Materials. *Key Engineering Materials.* 2022;926:963–969. http://dx.doi.org/10.4028/p-s33fqx

23. Rubešová K., Rund M., Rzepa S., et al. Determining Forming Limit Diagrams Using Sub-Sized Specimen Geometry and Comparing FLD Evaluation Methods. *Metals.* 2021;11:484. http://dx.doi.org/10.3390/met11030484

24. Marrapu B. Effect of Localization Criteria and Yield Criteria in Predicting the Forming Limit Diagram (FLD) of DP590 Steel Sheets. *Advances in Materials and Processing Technologies.* 2021;8(1):1739–1752. https://doi.org/10.1080/2374068X.2021.1874710

25. Guangyong Sun, Wenwu Zhang, Zhen Wang, et al. A Novel Specimen Design to Establish the Forming Limit Diagram (FLD) for GFRP through Stamping Test. *Applied Science and Manufacturing.* 2020;130:105737. http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesa.2019.105737

26. Panahizadeh V., Hoseinpour M., Gholamzadeh E., et al. Theoretical and Experimental Study of FLDs of AA5083 Sheet and Investigation of Advanced Anisotropic Yield Criteria Coefficients. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. 2022;44:356. http://dx.doi.org/10.1007/s40430-022-03600-0

27. Godage O., Kakandikar G. Numerical and Analytical Investigation of Forming Limit Diagram of SS316L Foil. *International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology*. 2022;10:1544–1549. https://doi.org/10.22214/ijraset.2022.40899

28. Mahalle G., Takalkar P., Kotkunde N., et al. Strain and Stress-Based Forming Limit Diagrams for Inconel 718 Alloy. In book: *NUMISHEET 2022, Proc. 12th Int. Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming Processes*. 2022;1:549–556. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-031-06212-4_50

29. Takalkar A.S., Koteswara Rao J.M., Mailan Chinnapandi L.B. Numerical Simulation for Predicting Failure in Deep Drawing Process Using Forming Limit Diagram (FLD). *International Journal of Advances in Mechanical and Civil Engineering*. 2015;2:11–15.

30. Sekhara Reddy A.C., Sandeep B., Sandeep Kumar J., et al. Experimental Determination of Anisotropic Properties and Evaluation of FLD for Sheet Metal Operations. *Advances in Science and Technology*. 2021;106:39–45. http://dx.doi.org/10.4028/www.scientific.net/AST.106.39

31. Lonardi C., Corallo L., Verleysen P. Prediction of Forming Limit Diagram Using the Marciniak-Kuczynski Method for Ti-6Al-4V Using Different Material Models. *Key Engineering Materials*. 2022;926:885–896. http://dx.doi.org/10.4028/p-10z13b

32. Paul S.K. Theoretical Analysis of Strain- and Stress-Based Forming Limit Diagrams. *Strain Analysis*. 2013;48(3):177–188. http://dx.doi.org/10.1177/0309324712468524

33. Чумадин А.С. *Теория и расчеты процессов листовой штамповки (для инженеров)*. Москва: Экссервис «ВИП»; 2014. 216 с.

34. Андрианов И.К., Тун Лин Хтет, Феоктистов С.И. *Определение относительной деформации, соответствующей началу образования шейки при испытании алюминиевых сплавов на разрыв*. В: Материалы V Всероссийской национальной научной конференции молодых учёных «Молодежь и наука: актуальные проблемы фундаментальных и прикладных исследований». Комсомольск-на-Амуре; 2022. С. 157−160.

References

1. Narayanasamy R, Narayanan S. Forming Limit Diagram for Interstitial Free Steels Supplied by Ford India Motors. *Materials and Design*. 2007;28(1):16–35. https://doi.org/10.1016/j.matdes.2005.06.021

2. Krishnan E, Narayanan S, Narayanasamy R. Modelling of Forming Limit Diagram of Perforated Commercial Pure Aluminium Sheets Using Artificial Neural Network. *Computational Materials Science*. 2010;47:1072–1078. https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2009.12.016

3. Li B, Nye TJ, Wu PD. Predicting the Forming Limit Diagram of AA 5182-O. *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*. 2010;45(4):255–273. https://doi.org/10.1243/03093247JSA608

4. Hong Wei Liu, Peng Zhang. Forming Limit Diagram of Stainless Steel-Aluminum Alloy Clad. *Advanced Materials Research*. 2011;152–153:541–544. https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.152-153.541

5. Chamos AN, Labeas GN, Setsika D. Tensile Behavior and Formability Evaluation of Titanium-40 Material Based on the Forming Limit Diagram Approach. *Journal of Materials Engineering and Performance*. 2013;22(8):2253–2260. https://doi.org/10.1007/s11665-013-0495-1

6. Feoktistov SI, Kyaw Zayar Soe. Method for Construction of Forming Limit Diagram by Using Reference Mechanical Characteristics of the Metal. *Materials Science Forum*. 2019;945:833–838. https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.945.833

7. Zhiying Sun, Hong Zhuang. Experimental Study on Forming Limit Diagram Obtained by Bulging Uniformly in Thickness Direction. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2019;104:967–977. https://doi.org/10.1007/s00170-019-03887-9

8. Min-A Woo, Woo-Jin Song, Beom-Soo Kang, et al. Acquisition and Evaluation of Theoretical Forming Limit Diagram of Al 6061-T6 in Electrohydraulic Forming Process. *Metals*. 2019;9:401. https://doi.org/10.3390/met9040401

9. Glushchenkov VA, Chernikov DG, Tiabashvili AT. Method of Dynamic Test of Sheet Materials with Pulse Magnetic Loading. *Actual Problems in Machine Building*. 2017;4:94–99.

10. Davidenko M, Davidenko A, Matveev V, et al. Definition of the Limit Strain Fiber Concrete Deformations Based on the Energy Dependences of Concrete Deformation Diagrams. *Nauchnyi vestnik GOU LNR LGAU*. 2020;8(3):214–219.

11. Mamutov VS, Mamutov AV, Arsentyeva KS, et al. Ehksperimental'no-raschetnaya diagramma predel'nykh deformatsii dlya proektirovaniya ehlektrogidroimpul'snoi shtampovki. *Modern Mechanical Engineering. Science and Education*. 2021;10:611–622. (In Russ.).

12. Keller IE, Petukhov DS, Kazantsev AV, et al. The Limit Diagram under Hot Sheet Metal Forming. A Review of Constitutive Models of Material, Viscous Failure Criteria and Standard Tests. *Journal of Samara State Technical University, Ser. Physical and Mathematical Sciences*. 2018;22:447–486. http://doi.org/10.14498/vsgtu1608

13. Bezgodov IM, Dmitrenko EN. Improvement of Curvilinear Diagrams of Concrete Deformation. *Industrial and Civil Engineering*. 2019;8:99–104. https://doi.org/10.33622/0869-7019.2019.08.99-104

14. Eryshev VA. Numerical Methods of Strengthening Strength of Reinforced Concrete Elements on a Nonlinear Deformation Model with the Use of Diagrams of Material Breaking. *Bulletin NGIEI*. 2018;85(6):17–26.

15. Izosimova SV. Issledovanie vliyaniya formy zagotovki na tochnost' postroeniya diagrammy predel'nykh deformatsii. *Molodezhnyi nauchno-tekhnicheskii vestnik*. 2013;10:3. (In Russ.).

16. Feoktistov SI, Kyaw Zayar Soe. Determination of Technological Possibilities of Titanium and Aluminum Alloys at Distribution. *Scholarly Notes of KNASTU*. 2019;37(1):4–9.

17. Feoktistov SI, Zho Zayar So. Determination of the Limiting Expanding Ratio by FLD-Diagrams. *Forging and Stamping Production. Material Working by Pressure*. 2019;9:3–7.

18. Feoktistov SI, Zho Zayar So. Determination of the Limiting Drawing Ratio of Titanium and Aluminum Alloys by FLD-Diagrams. *Forging and Stamping Production. Material Working by Pressure*. 2019;5:27–34.

19. Swift HW. Plastic Instability under Plane Stress. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1952;1:1–18. https://doi.org/10.1016/0022-5096(52)90002-1

20. Hill R. On Discontinuous Plastic States with Special Reference to Localized Necking in Thin Sheet. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1952;1:19–30. https://doi.org/10.1016/0022-5096(52)90003-3

21. Petroušek P, Kočiško R, Kvackaj T, et al. Formability Evaluation of Aluminium Alloys by FLD Diagrams. *Acta Physica Polonica A*. 2017;131:1344–1347. http://dx.doi.org/10.12693/APhysPolA.131.1344

22. Lisiecka-Graca P, Kwiecień M, Madej Ł, et al. Application of the DIC System to Build a Forming Limit Diagram (FLD) of Multilayer Materials. *Key Engineering Materials*. 2022;926:963–969. http://dx.doi.org/10.4028/p-s33fqx

23. Rubešová K, Rund M, Rzepa S, et al. Determining Forming Limit Diagrams Using Sub-Sized Specimen Geometry and Comparing FLD Evaluation Methods. *Metals*. 2021;11:484. http://dx.doi.org/10.3390/met11030484

24. Marrapu B. Effect of Localization Criteria and Yield Criteria in Predicting the Forming Limit Diagram (FLD) of DP590 Steel Sheets. *Advances in Materials and Processing Technologies*. 2021;8(1):1739–1752. https://doi.org/10.1080/2374068X.2021.1874710

25. Guangyong Sun, Wenwu Zhang, Zhen Wang, et al. A Novel Specimen Design to Establish the Forming Limit Diagram (FLD) for GFRP through Stamping Test. *Applied Science and Manufacturing*. 2020;130:105737. http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesa.2019.105737

26. Panahizadeh V, Hoseinpour M, Gholamzadeh E, et al. Theoretical and Experimental Study of FLDs of AA5083 Sheet and Investigation of Advanced Anisotropic Yield Criteria Coefficients. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. 2022;44:356. http://dx.doi.org/10.1007/s40430-022-03600-0

27. Godage O, Kakandikar G. Numerical and Analytical Investigation of Forming Limit Diagram of SS316L Foil. *International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology*. 2022;10:1544–1549. https://doi.org/10.22214/ijraset.2022.40899

28. Mahalle G, Takalkar P, Kotkunde N, et al. Strain and Stress-Based Forming Limit Diagrams for Inconel 718 Alloy. In book: *NUMISHEET 2022, Proc. 12th Int. Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming Processes.* 2022;1:549–556. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-031-06212-4_50

29. Takalkar AS, Koteswara Rao JM, Mailan Chinnapandi LB. Numerical Simulation for Predicting Failure in Deep Drawing Process Using Forming Limit Diagram (FLD). *International Journal of Advances in Mechanical and Civil Engineering*. 2015;2:11–15.

30. Sekhara Reddy AC, Sandeep B, Sandeep Kumar J, et al. Experimental Determination of Anisotropic Properties and Evaluation of FLD for Sheet Metal Operations. *Advances in Science and Technology*. 2021;106:39–45. http://dx.doi.org/10.4028/www.scientific.net/AST.106.39

31. Lonardi C, Corallo L, Verleysen P. Prediction of Forming Limit Diagram Using the Marciniak-Kuczynski Method for Ti-6Al-4V Using Different Material Models. *Key Engineering Materials*. 2022;926:885–896. http://dx.doi.org/10.4028/p-10z13b

32. Paul SK. Theoretical Analysis of Strain- and Stress-Based Forming Limit Diagrams. *Strain Analysis*. 2013;48(3):177–188. http://dx.doi.org/10.1177/0309324712468524

33. Chumadin AS. *Teoriya i raschety protsessov listovoi shtampovki (dlya inzhenerov)*. Moscow: Ehksservis “VIP”; 2014. 216 p. (In Russ.).

34. Andrianov IK, Tun Lin Htet, Feoktistov SI. *Determination of Relative Strain Corresponding to the Beginning of Neck Formation When Testing Aluminum Alloys for Rapture*. In: Proc. V All-Russian National Sci. Conf. of young scientists. Komsomolsk-on-Amur, 2022. P. 157–160.

Об авторах:

Феоктистов Сергей Иванович, профессор кафедры «Авиастроение» Комсомольского-на-Амуре государственного университета (681013, РФ, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27), доктор технических наук, ResearcherID, ORCID, serg_feo@mail.ru

Андрианов Иван Константинович, доцент кафедры «Авиастроение» Комсомольского-на-Амуре государственного университета (681013, РФ, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27), кандидат технических наук, ScopusID, ORCID, ivan_andrianov_90@mail.ru

Заявленный вклад соавторов:

С.И. Феоктистов — описание теоретической части исследования диаграмм предельного деформирования на основании критериев Хилла-Свифта. И.К. Андрианов — проведение расчета построения кривых предельных деформаций для авиационных сплавов, оформление научной статьи.

Поступила в редакцию 13.12.2022.
Поступила после рецензирования 09.01.2023.
Принята к публикации 09.01.2023.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Sergey I Feoktistov, professor of the Aircraft Engineering Department, Komsomolsk-na-Amure State University (27, Lenin Prospect, Komsomolsk-on-Amur, 681013, RF), Dr.Sci. (Eng.), ResearcherID, ORCID, serg_feo@mail.ru

Ivan K Andrianov, associate professor of the Aircraft Engineering Department, Komsomolsk-na-Amure State University (27, Lenin Prospect, Komsomolsk-on-Amur, 681013, RF), Cand.Sci. (Eng.), ScopusID, ORCID, ivan_andrianov_90@mail.ru

Claimed contributorship:

SI Feoktistov: description of the theoretical part of the study of limit deformation diagrams based on the Hill-Swift criteria. IK Andrianov: calculation of the construction of limit strain curves for aviation alloys; layout of the scientific paper.

Received 13.12.2022.
Revised 09.01.2023.
Accepted 09.01.2023.

Conflict of interest statement

The authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

МЕХАНИКА
MECHANICS







УДК 517.956.223
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-17-25

Научная статья



К вопросу о построении математических моделей мембранной теории выпуклых оболочек

Е.В. Тюриков
Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация, пл. Гагарина, 1
✉ etyurikov@hotmail.com

Аннотация
Введение. В работе рассмотрены вопросы построения математических моделей безмоментного состояния напряженного равновесия упругих выпуклых оболочек с использованием методов комплексного анализа. При этом впервые рассмотрены оболочки с кусочно-гладкой (ребристой) боковой поверхностью. Целью работы являлось отыскание классов оболочек, для которых возможно построение содержательных математических моделей.
Материалы и методы. С помощью методов теории разрывной задачи Римана-Гильберта для обобщённых аналитических функций получен критерий безусловной разрешимости соответствующей статической задачи для уравнения равновесия выпуклой оболочки с ребристой боковой поверхностью. Этот критерий в сочетании с методами теории обобщённых аналитических функций представляет собой инструмент построения математических моделей состояния безмоментного напряжённого равновесия упругих выпуклых оболочек.
Результаты исследования. Разработан метод построения математических моделей безмоментного состояния напряжённого равновесия выпуклой оболочки при действии переменной внешней нагрузки и условии концентрации напряжений в угловых точках срединной поверхности. Введение в граничное условие векторного параметра, а также понятий «порядок квазикорректности» и «квазиустойчивость» позволяют провести как количественное, так и качественное сравнение математических моделей. Найдены классы оболочек, для которых описание математических моделей дается в терминах геометрии границы в окрестности угловых точек срединной поверхности. Полученный результат в применении к пологим выпуклым оболочкам позволяет дать геометрический критерий квазиустойчивости. Установлено, что для пологой оболочки, не являющейся квазиустойчивой, единственной адекватной математической моделью является вероятностная.
Обсуждение и заключения. Предлагаемый метод построения двухпараметрического семейства задач с модифицированным граничным условием позволяет моделировать состояние безмоментного напряженного равновесия для достаточно широких классов выпуклых оболочек с кусочно-гладкой боковой поверхностью при условии втулочной связи. При этом разработанный алгоритм вычисления индекса граничного условия позволяет ответить на вопрос о существовании адекватной математической модели для оболочки с боковой поверхностью произвольной конфигурации, а для оболочек специального вида (например, пологих или оболочек вращения) — сформулировать геометрический критерий существования математической модели.

Ключевые слова: тонкая упругая оболочка, обобщенная аналитическая функция, задача Римана-Гильберта, индекс граничного условия, математическая модель.

Благодарности. Автор выражает признательность коллективу кафедры «Теоретическая и прикладная механика» Донского государственного технического университета за обсуждение результатов работы, также благодарность доктору технических наук, профессору А. Н. Соловьёву за профессиональную поддержку при написании работы.

Для цитирования. Тюриков Е.В. К вопросу о построении математических моделей мембранной теории выпуклых оболочек. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(1):17–25. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-17-25

Original article

On the Construction of Mathematical Models of the Membrane Theory of Convex Shells

Evgeniy V Tyurikov
Don State Technical University, 1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, Russian Federation
✉ etyurikov@hotmail.com

Abstract
Introduction. The paper considers the issues of constructing mathematical models of the momentless equilibrium stress state of elastic convex shells using methods of the complex analysis. At the same time, shells with a piecewise smooth (ribbed) lateral surface were considered for the first time. The work objective was to find classes of shells for which it is possible to build meaningful mathematical models.
Materials and Methods. Using the methods of the theory of the discontinuous Riemann-Hilbert problem for generalized analytic functions, a criterion for the unconditional solvability of the corresponding static problem for the equilibrium equation of a convex shell with a ribbed lateral surface has been obtained. This criterion, combined with the methods of the theory of generalized analytical functions, is a tool for constructing mathematical models of the state of momentless stress equilibrium of elastic convex shells.
Results. A method has been developed for constructing mathematical models of the momentless equilibrium stress state of a convex shell under the action of a variable external load and the condition of stress concentration at the corner points of the median surface. The introduction of a vector parameter, as well as the concepts of “order of quasi-correctness” and “quasi-stability”, into the boundary condition provided both quantitative and qualitative comparison of mathematical models. Classes of shells have been found for which the description of mathematical models is given in terms of the geometry of the boundary in the vicinity of the corner points of the median surface. The obtained result, when applied to shallow convex shells, provides a geometric criterion of quasi-stability. It is established that for a shallow shell, which is not quasi-stable, the only adequate mathematical model is a probabilistic one.
Discussion and Conclusions. The proposed method for constructing a two-parameter family of problems with a modified boundary condition makes it possible to simulate the momentless equilibrium stress state for fairly wide classes of convex shells with a piecewise-smooth lateral surface under a sleeve connection. At the same time, the developed algorithm for calculating the boundary condition index allowed us to answer the question of the existence of an adequate mathematical model for a shell with a side surface of an arbitrary configuration, and for shells of a special type (specifically, shallow or shells of revolution), to formulate a geometric criterion for the existence of a mathematical model.

Keywords: thin elastic shell, generalized analytic function, Riemann-Hilbert problem, index of boundary value condition, mathematical model.

Acknowledgements. The author would like to thank the staff of the Theoretical and Applied Mechanics Department, Don State Technical University, for discussing the results of the work, and professor A. N. Solovyov, Dr.Sci. (Engineering), for professional support in writing the work.

For citation. Tyurikov EV. On the Construction of Mathematical Models of the Membrane Theory of Convex Shells. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(1):17–25. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-17-25

Введение. Рассмотренные в работе вопросы изучались и описывались еще в работах И. Н. Векуа [1, 2] и А. Л. Гольденвезера [3, 4], положивших начало применению методов теории обобщенных аналитических функций к безмоментной (мембранной) теории тонких упругих оболочек и теории изгибаний поверхностей. К настоящему времени окончательные результаты в этом направлении получены для выпуклых оболочек с гладким краем (т.е. с гладкой границей её серединной поверхности). Наиболее значимые из них — корректность и квазикорректность основной задачи со статическим граничным условием с односвязной и многосвязной серединными поверхностями — есть следствия того факта, что индекс соответствующей задачи Римана-Гильберта является инвариантом связности поверхности. Применение автором методов И. Н. Векуа к

задачам теории выпуклых оболочек с кусочно-гладким краем[1] [5, 6] выявило связь между «геометрией» срединной поверхности в окрестности её угловой точки и картиной разрешимости соответствующих задач Римана-Гильберта с разрывным коэффициентом граничного условия. Использование этих методов в работах [7–9] позволило получить эффективную формулу для индекса при некоторых дополнительных геометрических условиях на угловые точки поверхности, и, как следствие, геометрический критерий квазикорректности основной граничной задачи.

Цель настоящей работы — построение математических моделей безмоментного состояния напряжённого равновесия выпуклых оболочек с ребристыми боковыми поверхностями на основе геометрического критерия квазикорректности основной граничной задачи.

Материалы и методы. Пусть S — односвязная поверхность заданного класса регулярности [7] с кусочно-гладким краем $L=\bigcup_{j=1}^{n}L_j$ и угловыми точками p_i $\left(i=1,...,n\right)$. Зададим на S вдоль L кусочно-непрерывное векторное поле $\mathrm{r}=\left\{\alpha\left(s\right),\beta\left(s\right)\right\}$, допускающее разрывы первого рода в точках p_j, где $\alpha\left(s\right)$, $\beta\left(s\right)$ ($\alpha^2+\beta^2=1$, $\beta\geq 0$) — касательная и нормальная составляющие, s — натуральный параметр, и обозначим через J заданный в [9] гомеоморфизм поверхности S_0 на комплексную плоскость $z=x+iy$. Пусть область $D=J\left(S\right)$ — образ поверхности при отображении на плоскость z с границей Γ и угловыми точками $q_i=J\left(p_i\right)$. Рассмотрим следующую задачу (задача R): найти в области D комплекснозначное решение $w\left(z\right)$ уравнения:

$$w_{\bar z}\left(z\right)-B\left(z\right)\overline{w}\left(z\right)=F\left(z\right),\quad z\in D, \tag{1}$$

удовлетворяющее условию Римана–Гильберта

$$\mathrm{Re}\left\{\lambda\left(\zeta\right),w\left(\zeta\right)\right\}=\gamma\left(\zeta\right),\quad \zeta\in\Gamma, \tag{2}$$

где

$$\lambda\left(\zeta\right)=s\left(\zeta\right)\left[\beta\left(\zeta\right)t\left(\zeta\right)-\alpha\left(\zeta\right)s\left(\zeta\right)\right], \tag{3}$$

$s\left(\zeta\right)=s_1\left(\zeta\right)+is_2\left(\zeta\right)$, $t\left(\zeta\right)=t_1\left(\zeta\right)+it_2\left(\zeta\right)$, $i^2=-1$, s_i, t_i $\left(i=1,2\right)$ — вещественнозначные функции, комплекснозначные функции $\gamma\left(\zeta\right)$, $\lambda\left(\zeta\right)$ гёльдеровы на каждой из дуг $\Gamma_j=J\left(L_j\right)$, $w_{\bar z}=\frac{1}{2}\left(w_x+iw_y\right)$, $B\left(z\right)$, $F\left(z\right)$ — функции класса $L_r\left(D\right)$, $r>2$. При этом предполагается, что решения класса $W^{1,r}$ в точках разрыва q_i допускают «интегрируемую бесконечность» т.е. допускают оценку $\left|w\left(z\right)\right|<\mathrm{const}\cdot\left|z-q_i\right|^{-\alpha_j}$, $0<\alpha_j<1$. Следуя [10], класс таких решений обозначим через H^*.

Как известно [11], статическая граничная задача безмоментной теории для упругой выпуклой оболочки с ребристой боковой поверхностью в математической постановке есть задача R, где $w\left(z\right)$ — комплексная функция напряжений, $F\left(z\right)$ — комплекснозначная функция внешней нагрузки. При этом условие $w\in H^*$ равносильно условию концентрации напряжений в угловых точках серединной поверхности.

Построение математической модели состояния равновесия оболочки проведём на основе результатов о разрешимости задачи R для поверхности специального вида (канонического купола [9]). Для упрощения изложения будем считать, что в каждой угловой точке направление одной из дуг совпадает с одним из главных направлений k_2 (k_1) и называть купол 2-каноническим (1-каноническим). Задачу R для канонического купола K назовём канонической, если направление поля r в каждой угловой точке p есть направление обобщённой касательной [7, с. 46]. Введём обозначения: δ_i^2 — отношение соответствующих главных кривизн k_1, k_2 в точке p_i $\left(0<\delta_i<1\right)$, $p\left(\nu_i\right)$ — угловая точка p_i с внутренним углом ν_i, $T\left(\nu_i\right)$ — множество (*сектор*) направлений *обобщённой* касательной в этой точке, T — множество непрерывных на L векторных полей r, задающих в каждой угловой точке $p\left(\nu_j\right)$ направление обобщённой касательной. Как установлено в [7], каноническая задача R квазикорректна для любого поля $\mathrm{r}\in T$, если $n\geq 2$. Задача R есть семейство R^{r} задач (1)–(3), каждая

[1] Тюриков Е.В. *Обобщенная граничная задача Гольденвейзера для безмоментных сферических куполов.* В: Современные проблемы механики сплошной среды: тр. XIV межд. конф. Ростов-на-Дону; 2010. С. 290–293.

из которых задаётся выбором векторного поля r. Следуя И. Н. Векуа [1], задачу R^{r} назовём s-квазикорректной в классе H^*, если она безусловно разрешима в этом классе, а её решение зависит от s вещественных произвольных постоянных (s — *порядок квазикорректности*).

Определение 1. Каноническая задача R называется квазиустойчивой относительно поля направлений обобщённой касательной, если задача R^{r} s-квазикорректна для любого поля $\mathrm{r} \in T$.

Замечание 1. В силу теоремы о разрешимости задачи Римана–Гильберта для обобщённых аналитических функций [11] задача R *к*вазиустойчива тогда и только тогда, когда индекс κ задачи R есть инвариант поля $\mathrm{r} \in T$. При этом индексом задачи назовём индекс соответствующей задачи сопряжения с коэффициентом $\Lambda(\zeta) = \bar{\lambda}(\zeta)\lambda^{-1}(\zeta)$. В случае $\kappa \geq -1$, порядок квазикорректности $s = \kappa + 1$.

Ниже используется техника [6, 8] вычисления индекса граничного условия вида (2), а также понятие [10] *особенного узла* p_i задачи (1), (2) или *особенной точки* $q_i = J(p_i)$ разрыва граничного условия (2). Следуя [6], направление обобщённой касательной в угловой точке назовём *особенным*, если соотвествующая точка разрыва граничного условия (2), (3) есть *особенный узел* задачи *R*.

Определение 2. Угловую точку $p(\nu)$ назовём точкой неустойчивости задачи R, если сектор $T(\nu)$ содержит особенное направление.

Введём обозначение: ν, σ — односторонние пределы в угловой точке $p(\nu)$ касательного к L единичного вектора, причём вектор σ задаёт главное направление k_2 на поверхности в точке p, а внутренний угол ν задаётся парой $(-\nu, \sigma)$.

Утверждение 1. Если направление вектора r в точке $p(\nu)$ совпадает с направлением вектора ν, то точка $q = J(p)$ есть особенный узел граничного условия (2) тогда и только тогда, когда:

$$\nu = \arccos\frac{1}{1+\delta}. \tag{4}$$

Если же вектор ν заменить на вектор σ, то:

$$\nu = \operatorname{arcctg}\sqrt{t}, \tag{5}$$

где t — единственный положительный корень уравнения:

$$2\sqrt{\frac{1+\delta^2 t}{\delta^2 + t}} + \frac{1+\delta^2 t}{\delta^2 + t} - 4\sqrt{\frac{E}{K\left(1+t^2\right)+4Et}} = \frac{1}{t}. \tag{6}$$

Здесь $E = \left(\frac{k_1 - k_2}{2}\right)^2$, $K = k_1 k_2$ [12, с.164]. *При этом* $\arccos\frac{1}{1+\delta} < \operatorname{arcctg}\sqrt{t}$.

Обозначим

$$\theta = \arccos\frac{1}{1+\delta}, \ \mu = \operatorname{arcctg}\sqrt{t}. \tag{7}$$

Следствием утверждения 1 является утверждение 2.

Утверждение 2. Угловая точка $p(\nu)$ есть точка неустойчивости задачи R тогда и только тогда, когда:

$$\theta \leq \nu \leq \mu. \tag{8}$$

Угловая точка $p(\nu)$ есть точка 1-типа (2-типа), если выполнено условие $0 < \nu < \theta$ $\left(\mu < \nu \leq \frac{\pi}{2}\right)$. Как установлено в [8], точка k-типа $(k = 1, 2)$ есть точка устойчивости. Если $p(\nu)$ — точка неустойчивости, то единственное *особенное* направление r_0 обобщённой касательной разбивает сектор $T(\nu)$ на два связных множества $T^1(\nu)$ и $T^2(\nu)$.

Утверждение 3. Индекс κ задачи R в классе H^* вычисляется по формуле:

$$\kappa = -4 + \sum_{i=1}^{n}(4 - \kappa_i), \tag{9}$$

где n *— число угловых точек границы,* $\kappa_i = m$ *для точки устойчивости* $p(\nu)$ m*-типа* $(m = 1,2)$*, и* $\kappa_i = s$ *в случае* $r \in T^{(s)}(\nu)$ $(s = 1,2)$ *для точки* $p(\nu)$ *неустойчивости.*

Замечание 2. Формула (9) для индекса задачи R в классе H_0 ограниченных решений согласно [10] принимает вид:

$$\kappa = -4 + \sum_{i=1}^{n}(3 - \kappa_i). \qquad (10)$$

Отметим, что условие принадлежности решения задачи R классу H^* есть условие ограниченности интеграла энергии растяжения оболочки [13, с. 83] в окрестности угловой точки.

Из формул (9), (10) следует утверждение 4.

Утверждение 4. Если граница L *содержит единственную угловую точку 1-типа, то задача* R *безусловно разрешима в классе* H^* *и имеет единственное решение* $\forall r \in T$*; если* $n \geq 2$, $n = n_1 + n_2$*, где* n_k *— число угловых точек* k *- типа* $(k = 1,2)$*, то задача* R *квазиустойчива относительно* $r \in T$ *с порядком квазикорректности* $s = 2n_1 + n_2 - 3$.

Если граница L содержит точки неустойчивости, то согласно (9) задача R в классе H^* не является квазиустойчивым относительно поля $r \in T$. Однако можно выделить такие классы полей, относительно которых задача R является квазиустойчивой с различными порядками квазикоретности. Классы таких полей можно задавать, выбирая в каждой точке неустойчивости $p(\nu)$ направление обобщённой касательной только в одном из секторов $T^{(1)}(\nu)$, $T^{(2)}(\nu)$.

Замечание 3. Как нетрудно убедиться, формулы (9), (10) вместе с утверждением 4 справедливы и в случае:

$$\mu < \nu \leq \frac{\pi}{2} + \omega^2, \qquad (11)$$

где ω — достаточно малая величина, заданная поверхностью S. При этом условие малости ω не является обязательным. Например, для омбилической $(k_1 = k_2)$ точки $p(\nu)$ достаточно положить $\omega^2 = \frac{\pi}{6}$.

Рассмотрим теперь 1-канонический купол K. В этом случае описание особенных узлов граничного условия (2) также даётся утверждением 2 с той лишь разницей, что в равенстве (4) и уравнении (6) величину $\delta^2 = \frac{k_2}{k_1} < 1$ необходимо заменить на $\delta^2 = \frac{k_1}{k_2} > 1$. При этом для угловой точки $p(\nu)$ неустойчивости задачи R неравенство (8) принимает вид:

$$\mu \leq \nu \leq \arccos\frac{1}{1+\delta}. \qquad (12)$$

На основании очевидного графического анализа уравнения (6) заключаем:

1° величина $\mu = \operatorname{arcctg}\sqrt{t}$ есть функция двух параметров, а именно: $\mu = \mu(\delta, k_1)$, $k_1 \in (0;+\infty)$, если $\delta^2 = \frac{k_2}{k_1} < 1$, и $\mu = \mu(\delta, k_2)$, $k_2 \in (0;+\infty)$, если $\delta^2 = \frac{k_1}{k_2} > 1$;

2° $\lim\limits_{\delta \to 1-0}\mu(\delta, k_1) = \frac{\pi}{3}$, $\lim\limits_{\delta \to 0}\mu(\delta, k_1) = \frac{\pi}{2}$ $\forall k_1 \in (0;+\infty)$, если $\delta^2 = \frac{k_2}{k_1}$;

3° $\lim\limits_{\delta \to 1+0}\mu(\delta, k_2) = \frac{\pi}{3}$, $\lim\limits_{\delta \to +\infty}\mu(\delta, k_2) = 0$ $\forall k_2 \in (0;+\infty)$, если $\delta^2 = \frac{k_1}{k_2}$;

4° для любого фиксированного δ из правой (левой) полуокрестности единицы функция μ как функция аргумента k_2 (k_1) есть медленно меняющаяся функция [14] в том смысле, что $\mu(\delta_0, k_j) \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ для любого фиксированного $\delta = \delta_0$, $k_j \in (0;+\infty)$ $(j = 1,2)$.

Результаты исследования. Введём в рассмотрение семейство поверхностей S_τ, $\tau \in [0, \varepsilon)$, где τ — малый параметр, каждый их которых есть срединная поверхность тонкой упругой оболочки V_τ из некоторого семейства $\{V_\tau\}$, причём V_0 и S_0 совпадают с оболочкой V и поверхностью S соответственно. Будем полагать, что для $\forall \tau \in [0, \varepsilon)$ выполнены следующие условия:

1) поверхность S_τ есть канонический купол класса регулярности $W^{3,r}$, $r>2$, с внутренними углами величины ν_j в угловых точках p_i $(i=1,...,n)$ границы L_τ, причём поверхность S_0 есть 2-канонический (1-канонический) купол S с границей L;

2) отношения главных кривизн $k_1^{(\tau)}$, $k_2^{(\tau)}$ поверхности S_τ в угловых точках совпадают с величинами δ^2 в угловых точках поверхности S;

3) $k_j^{(\tau)}=k_j+\varepsilon_j(\tau)$, где $\lim\limits_{\tau\to 0}\varepsilon_j(\tau)=0$, $k_j=k_j^{(0)}$ $(j=1,2)$.

Пусть J — отображение поверхности S_τ на комплексную плоскость $z=x+iy$, заданное выше, $D_\tau=J(S_\tau)$ — семейство ограниченных в плоскости z односвязных областей с соответствующими $\Gamma_\tau=J(L_\tau)$ и угловыми точками $q_i=J(p_i)$. Рассмотрим семейство задач R_τ, $\tau\in[0,\varepsilon)$,

$$w_{\bar z}(z)-B_\tau(z)\overline{w}(z)=F_\tau(z),\quad z\in D_\tau, \tag{13}$$

$$\mathrm{Re}\{\lambda_\tau(\zeta)w(\zeta)\}=\gamma_\tau(\zeta),\quad \zeta\in\Gamma_\tau, \tag{14}$$

в котором функции $B_\tau(z)$, $\lambda_\tau(\zeta)$, $\gamma_\tau(\zeta)$ определены серединной поверхностью S_τ оболочки V_τ согласно [8], причём $\lambda_\tau(\zeta)$ имеет вид (3).

Предполагается, что боковые поверхности оболочек V_τ имеют общие рёбра, содержащие точки p_i $(i=1,...,n)$. Отметим, что задачу (13), (14) $\forall\tau\in[0,\varepsilon)$ можно рассматривать как семейство задач $R_\tau^{(\mathrm{r})}$, каждая из которых задаётся выбором векторного поля на S_τ вдоль L_τ.

Рассмотрим 1-канонический купол S. Справедливо утверждение 4.

Утверждение 4. Если в каждой из угловых точек $p(\nu)$ купола S выполняется условие:

$$\nu<\arccos\frac{1}{1+\delta}, \tag{15}$$

то $\forall\tau\in[0,\varepsilon)$ задача R_τ квазиустойчива H^* относительно поля направлений обобщённой касательной с порядком квазикорректности $s=3n-3$. Если же в каждой точке $p(\nu)$ выполнено условие:

$$\mathrm{arcctg}\sqrt{t}+\omega_0^2<\nu<\frac{\pi}{2}+\omega^2, \tag{16}$$

где ω^2 определено замечанием 3, величина $\omega_0=\omega_0(\varepsilon)$ задана семейством S_τ, $\tau\in[0,\varepsilon)$, то задача R_τ квазиустойчива в классе H^* с порядком квазикорректности $s=2n-3$.

Для доказательства достаточно воспользоваться утверждением 3, условиями 1–3 и известными свойствами [1, с. 97] отображения J. Утверждение 4 остаётся в силе для 2-канонического купола S, если условия (15), (16) заменить условиями:

$$\nu<\mathrm{arcctg}\sqrt{t}-\omega_0^2, \tag{17}$$

$$\arccos\frac{1}{1+\delta}<\nu<\frac{\pi}{2}+\omega^2 \tag{18}$$

соответственно.

Уточним теперь понятие угловой точки k-типа $(k=1,2)$ поверхности S. Будем говорить, что точка $p(\nu)$ границы Γ есть точка 1-типа (2-типа) относительно семейства S_τ, $\tau\in[0,\varepsilon)$, если выполняются условия (15) и (17) для 1-канонической и 2-канонической точек соответственно (условия (16) и (18) для 1-канонической и 2-канонической точек соответственно). Рассмотрим канонический купол S, каждая угловая точка которого есть точка 1-типа или 2-типа относительно указанного семейства S_τ. Тогда следствием утверждения 4 является

Утверждение 5. Если p и q — число точек 1-типа и 2-типа соответственно $(p+q=n)$, то $\forall\tau\in[0,\varepsilon)$ задача R_τ безусловно разрешима в классе H^* и квазиустойчива относительно направлений r *обобщённой касательной с порядком квазикорректности $s=3p+2q-3$. В частности, если $p=0$, то $q\geq 2$.*

Утверждение остаётся в силе, если класс H^* заменить классом H_0 ограниченных в D_τ решений, а порядок $s=3p+2q-3$ порядком $s=2p+q-3$ при условии $2p+q\geq 3$. Таким образом, задача R_τ не является безусловно разрешимой в случаях: $p=0$, $q\leq 2$ и $p=1$, $q=1$.

Случай омбилической $(\delta = 1)$ угловой точки $p(\nu)$, в которой любое направление является главным, требует специального рассмотрения. В этом случае согласно[2] $\mu = \theta = \frac{\pi}{3}$, а любое направление обобщённой касательной есть особенное направление задачи R. Однако и в этом случае утверждение 4 остаётся справедливым, если для семейства $\{S_\tau\}$ считать $\tau \neq 0$, а величины ν, μ заменить величиной $\frac{\pi}{3}$.

Обсуждение и заключения. Полученные результаты могут быть использованы для построения математических моделей тонких и пологих оболочек положительной гауссовой кривизны с ребристыми боковыми поверхностями. Наиболее полные и продвинутые результаты как линейной, так и нелинейной теории упругих оболочек получены для тонких пологих оболочек. Детальное обсуждение понятия «пологая оболочка», а также описание различных вариантов теории приводится в [15, с. 29]. Линейная теория пологих выпуклых разработана И. Н. Векуа [2, 16]. В рамках этой теории вопрос о реализации состояния напряжённого равновесия пологой оболочки с ребристой боковой поверхностью при выполнении статического граничного условия общего вида сводится к задаче R, рассмотренной выше.

Пусть P — пологая оболочка [2, с. 164] с ребристой боковой поверхностью, S — её срединная поверхность с кусочно-гладким краем. Будем полагать, что в каждой угловой точке поверхности S выполняется условие *усиленной пологости* $k_1 \approx k_2$, которое равносильно следующему:

$$\delta \approx 1, \tag{19}$$

где δ — любое из соотношений $\frac{k_1}{k_2}$, $\frac{k_2}{k_1}$. Условие (19) означает, что любую угловую точку $p(\nu)$ следует считать как 1-каноничекой, так и 2-канонической точкой. Рассмотрим угловую точку $p(\nu)$, в которой $\nu \approx \frac{\pi}{3}$, и семейство поверхностей S_τ, $\tau \in [0, \varepsilon)$, заданное условиями (1)–(3). Согласно свойствам 1°–4° величин θ, μ и утверждению 2 соответствующая задача R_τ $\forall \tau \in (0, \varepsilon)$ не является квазиустойчивой в классе H^*, то есть точка $p(\nu)$ при $\nu \approx \frac{\pi}{3}$ — точка неустойчивости задачи R_τ. В этом случае естественно предполагать, что в правой части формулы (10) соответствующая точке $p(\nu)$ величина κ_i $(1 \le i \le n)$ есть дискретная случайная величина с возможными значениями 1 и 2. Таким образом, если в каждой угловой точке $p(\nu)$ серединной поверхности выполнено условие $\nu \approx \frac{\pi}{3}$, то в силу формулы (9) порядок квазикорректности задачи R есть дискретная случайная величина, принимающая значения m, $m+1, \ldots$, $m+n$, где n — число угловых точек, $m = 2n-3$ для класса решений H^*, и $m = n-3$ для класса H_0.

Предлагаемый выше метод может быть использован для построения математических моделей теории тонких пологих оболочек с ребристыми боковыми поверхностями любой конфигурации. Для этого достаточно воспользоваться результатами[3] о разрешимости задачи R для сферических куполов с кусочно-гладким краем. Рассмотрим для определённости срединную поверхность S в предположении, что все угловые точки $p(\gamma)$ границы — «выходящие», то есть $\gamma < \pi$. В этом случае угловая точка на сферической поверхности есть особенный узел граничного условия тогда и только тогда, когда $\gamma = \frac{\pi k}{3}$ $(k = 1, \ldots, 5)$. Отсюда следует, что «выходящая» угловая точка срединной поверхности пологой оболочки есть точка неустойчивости, если выполнено одно из следующих условий: $\gamma \approx \frac{\pi k}{3}$ $(k = 1, 2)$. Таким образом, формула (9) для индекса может служить обоснованием следующей гипотезы:

если задача R для пологой выпуклой оболочки безусловно разрешима в заданном классе решений, то её порядок квазикорректности есть дискретная случайная величина, принимающая целые значения K, $K+1, \ldots$, $K+N$, где N — число точек неустойчивости; K — число, заданное набором угловых точек и выбором непрерывного векторного параметра r.

[2] Тюриков Е. В. Обобщенная граничная задача Гольденвейзера для безмоментных сферических куполов.

[3] То же.

В заключении отметим, что обоснованием этой гипотезы могут служить те же рассуждения, но проведённые для регулярных выпуклых поверхностей, удовлетворяющих условию *локальной симметрии* [17] в угловых точках.

Список литературы

1. Векуа И.Н. *Обобщенные аналитические функции.* Москва: Физматлит; 1988. 512 с.

2. Векуа И.Н. *Некоторые общие методы построения различных вариантов в теории оболочек.* Москва: Физматлит; 1982. 288 с.

3. Гольденвейзер А.Л. О применении решений задачи Римана–Гильберта к расчету безмоментных оболочек. *Прикладная математика и механика.* 1951;15(2):149–166.

4. Гольденвейзер А.Л. *Теория тонких упругих оболочек*. Москва: Наука; 1976. 512 с.

5. Тюриков Е.В. Краевые задачи теории бесконечно малых изгибаний поверхностей положительной кривизны с кусочно-гладким краем. *Математический сборник.* 1977;103(3):445–462.

6. Тюриков Е.В. Общий случай смешанной граничной задачи мембранной теории выпуклых оболочек. *Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: естественные науки*. 2012;2:30–35.

7. Мусхелишвили Н.И. *Сингулярные интегральные уравнения.* Москва: Физматлит; 1968. 511 с.

8. Векуа И.Н. Системы дифференциальных уравнений первого порядка эллиптического типа и граничные задачи с применением к теории оболочек. *Математический сборник.* 1952;31(2):217–314.

9. Tyurikov E.V. The Canonical Form of the Main Boundary Value Problem of the Membrane Theory of Convex Shells. *Global and Stochastic Analysis*. 2020;7:209–218.

10. Tyurikov E.V. A Geometric Analogue of the Vekua–Goldenveizer Problem. *Doklady Mathematics*. 2009;79:83–86. https://doi.org/10.1134/S1064562409010256

11. Tyurikov E.V. One Case of Quasi–Correctness of the Canonical Boundary Value Problem of the Membrane Theory of Convex Shells. *Global and Stochastics Analysis.* 2021;8:45–52.

12. Векуа И.Н. *Основы тензорного анализа и теории ковариантов*. Москва: Физматлит; 1978. 296 с.

13. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теоретическая физика. Теория упругости*. Москва: Физматлит; 1965. 204 с.

14. Tyurikov E.V., Polyakov A.S. On One Case of Quasi–Correctness of the Static Boundary Value Problem for Shells of Rotation. *Journal of Physics: Conference Series.* 2021;2131:022130. https://doi.org/10.1088/1742-6596/2131/2/022130

15. Ворович И.И. *Математические проблемы нелинейной теории пологих оболочек.* Москва: Наука; 1989. 376 с.

16. Векуа И.Н. *Теория тонких пологих оболочек переменной толщины*. Тбилиси: Мецниереба; 1965. 101 с.

17. Tyurikov E.V. One Case of Extended Boundary Value Problem of the Membrane Theory of Convex Shells by I. N. Vekua. *Issues of Analysis*. 2021;7(S):153–162. https://doi.org/10.15393/j3.art.2018.5471

References

1. Vekua IN. *Generalized Analytical Functions*. Moscow: Fizmatlit; 1988. 512 p. (In Russ.)

2. Vekua IN. *Nekotorye obshchie metody postroeniya razlichnykh variantov v teorii obolochek*. Moscow: Fizmatlit; 1982. 288 p. (In Russ.)

3. Goldenveizer AL. O primenenii reshenii zadachi Rimana–Gil'berta k raschetu bezmomentnykh obolochek. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 1951;15:149–166. (In Russ.)

4. Goldenveizer AL. *Teoriya tonkikh uprugikh obolochek*. Moscow: Nauka; 1976. 512 p. (In Russ.)

5. Tyurikov EV. Boundary Value Problems in the Theory of Infinitesimal Bendings of Surfaces of Positive Curvature with Piecewise Smooth Boundary. *Sbornik*: *Mathematics*. 1977;32:385–400.

6. Tyurikov EV. Obshchii sluchai smeshannoi granichnoi zadachi membrannoi teorii vypuklykh obolochek. *Issledovaniya po sovremennomu analizu i matematicheskomu modelirovaniyu*. 2011;5:225–229. (In Russ.)

7. Muskhelishvili NI. *Singulyarnye integral'nye uravneniya*. Moscow: Fizmatlit; 1968. 511 p. (In Russ.)

8. Vekua IN. Sistemy differentsial'nykh uravnenii pervogo poryadka ehllipticheskogo tipa i granichnye zadachi s primeneniem k teorii obolochek. *Sbornik: Mathematics*. 1952;31:217–314. (In Russ.)

9. Tyurikov EV. The Canonical Form of the Main Boundary Value Problem of the Membrane Theory of Convex Shells. *Global and Stochastic Analysis*. 2020;7:209–218.

10. Tyurikov EV. A Geometric Analogue of the Vekua–Goldenveizer Problem. *Doklady Mathematics*. 2009;79:83–86. https://doi.org/10.1134/S1064562409010256

11. Tyurikov EV. One Case of Quasi–Correctness of the Canonical Boundary Value Problem of the Membrane Theory of Convex Shells. *Global and Stochastics Analysis*. 2021;8:45–52.

12. Vekua IN. *Osnovy tenzornogo analiza i teorii kovariantov*. Moscow: Fizmatlit; 1978. 296 p. (In Russ.)

13. Landau LD, Lifshits EM. *Teoreticheskaya fizika*. *Teoriya uprugosti*. Moscow: Fizmatlit; 1965. 204 p. (In Russ.)

14. Tyurikov EV, Polyakov AS. On One Case of Quasi–Correctness of the Static Boundary Value Problem for Shells of Rotation. *Journal of Physics: Conference Series*. 2021;2131:022130. https://doi.org/10.1088/1742-6596/2131/2/022130

15. Voronich II. *Matematicheskie problemy nelineinoi teorii pologikh obolochek*. Moscow: Nauka; 1989. 376 p. (In Russ.)

16. Vekua IN. *Teoriya tonkikh pologikh obolochek peremennoi tolshchiny*. Tbilisi: Metsniereba; 1965. 101 p. (In Russ.)

17. Tyurikov EV. One Case of Extended Boundary Value Problem of the Membrane Theory of Convex Shells by I. N. Vekua. *Issues of Analysis*. 2021;7(S):153–162. https://doi.org/10.15393/j3.art.2018.5471

Об авторе:

Тюриков Евгений Владимирович, профессор кафедры «Высшая математика» Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор физико-математических наук, доцент, ORCID, etyurikov@hotmail.com

Поступила в редакцию 10.01.2023.
Поступила после рецензирования 06.02.2023.
Принята к публикации 08.02.2023.

Конфликт интересов
Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

About the Author:

Evgeniy V Tyurikov, professor of the Advanced Mathematics Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), Dr.Sci. (Phys.-Math.), associate professor, ORCID, etyurikov@hotmail.com

Received 10.01.2023.
Revised 06.02.2023.
Accepted 08.02.2023.

Conflict of interest statement
The author does not have any conflict of interest.

The author has read and approved the final manuscript.

МЕХАНИКА
MECHANICS







УДК 004.032.24
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-26-33

Научная статья



Подтверждение показателей надежности при экспериментальной отработке сложной технической системы с последовательным соединением элементов

О.Ю. Царев[1] ✉, **Ю.А. Царев**[2]
[1] АО «Деловые решения и технологии», Российская Федерация, г. Москва, ул. Лесная, 5 б
[2] Донской государственный технический университет, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1
✉ myaucha-pyt@yandex.ru

Аннотация

Введение. Статья посвящена проблеме подтверждения заданных уровней надежности при экспериментальной отработке сложной технической системы с последовательным соединением элементов. Такие задачи возникают, когда требуется принять решение об испытании системы в составе более крупной или об окончании экспериментальной отработки и запуске серийного производства. Цель исследования — обосновать сокращение сроков экспериментальной отработки. Задача — определить, принимается или отклоняется гипотеза $H_о$.

Материалы и методы. Для реализации цели и задачи работы по результатам испытаний строится критическая область, описываемая неравенством. Формулировка задачи подтверждения требований базируется на известных подходах к проверке статистических гипотез. Задействуется понятийный аппарат теории информации, вероятности и статистики. Изучена теоретическая и прикладная литература о математических методах в теории надежности. Частные задачи работы решены известными способами. Так, вероятность получения точного числа успешных исходов в определенном количестве экспериментов определена по схеме Бернулли. Точный доверительный интервал, основанный на биномиальном распределении, получен из соотношения Клоппера — Пирсона. Теорема А. Д. Соловьева и Р. А. Мирного позволила оценить надежность системы по результатам испытаний ее компонент.

Результаты исследования. Математически определены правила контроля, адекватные этапу экспериментальной отработки (при недостаточности данных о технической системе) и этапу серийного производства. Вероятность успешного исхода при испытании технических систем представлена через:

– вероятность события для элемента системы;
– значение доверительной вероятности;
– требуемый объем испытаний.

С этих позиций исследованы нулевая и альтернативная гипотезы и соответствующие им процедуры контроля надежности. Рассмотрены два положения. Первое допускает использование нулевой гипотезы доверия $H_о = \{P \geq P_T\}$ с альтернативой $H = \{P < P_T\}$ для подтверждения требований $(\underline{P}_T, \gamma)$ к показателю надежности одного параметра при любых $(\underline{P}_T, \gamma)$. При этом достаточно одного безотказного испытания. Второе положение рассматривает последовательную техническую систему с N независимыми элементами, которые испытываются отдельно от системы по схеме Бернулли для одного параметра. Рассмотрим требования к системе в виде совокупности величин $(\underline{P}_T, \gamma)$ и требования к любому ее элементу $(\underline{P}_{Ti}, \gamma)$. Они совпадают, если планируемый исход испытаний соответствует случаям выполнения соотношения $\underline{P} = \lim\limits_{1 \leq i \leq N} : \underline{P}_i = \underline{P}_m$, а нулевая альтернативная гипотеза выбирается из теории проверки статистических гипотез.

Обсуждение и заключения. Стратегию экспериментальной отработки следует реализовать в два этап: поиск и подтверждение надежности элементов серией безотказных испытаний. В этом случае планируемый объем

испытаний каждого элемента определяется с учетом доверительной вероятности, нижней границы доверительного интервала и требований к показателям надежности одного параметра технической системы. Если допустимо использование нулевой гипотезы доверия, для подтверждения требований к показателю надежности достаточно одного безотказного испытания.

Ключевые слова: экспериментальная отработка, проверка статистических гипотез, надежность технической системы, нулевая гипотеза, альтернативная гипотеза, гипотеза недоверия, гипотеза доверия, доверительная вероятность, объем безотказных испытаний, модель испытаний биномиального типа, схема Бернулли, уравнение Клоппера — Пирсона, теорема А. Д. Соловьева и Р. А. Мирного.

Благодарности. Авторы выражают благодарность рецензентам, чья критическая оценка представленных материалов и высказанные предложения по их усовершенствованию способствовали значительному повышению качества настоящей статьи.

Для цитирования: Царев О.Ю., Царев Ю.А. Подтверждение показателей надежности при экспериментальной отработке сложной технической системы с последовательным соединением элементов. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(1):26–33. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-26-33

Original article

Validation of Reliability Indices during Experimental Development of a Complex Technical Series System

Oleg Yu Tsarev [1] ✉, **Yury A Tsarev** [2]

[1] “Business Solutions and Technologies” JSC, 5B, Lesnaya St., Moscow, Russian Federation

[2] Don State Technical University, 1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, Russian Federation

✉ myaucha-pyt@yandex.ru

Abstract

Introduction. The article studies the problem of validating the specified levels of reliability during experimental development of a complex technical series system. Such tasks arise when it is required to make a decision on testing the system as part of a larger one or on the completion of experimental development and the start of series production. The study is aimed at validating the reduction of the experimental development time. The task is to determine whether the hypothesis H_o is accepted or rejected.

Materials and Methods. To implement the research objective and task, a critical area described by the inequality was constructed based on the test results. The formulation of the requirements validation task was based on well-known approaches to testing statistical hypotheses. The conceptual apparatus of information theory, probability, and statistics was involved. The theoretical and applied literature on mathematical methods in reliability theory was studied. The particular tasks of the work were solved by known ways. Thus, the probability of obtaining the exact number of successful outcomes in a certain number of experiments was determined by the Bernoulli scheme. The exact confidence interval based on the binomial distribution was derived from the Clopper-Pearson relation. The theorem of A.D. Solovyov and R. A. Mirny made it possible to assess the system reliability based on the test results of its components.

Results. Control rules adequate to the stage of experimental development (with insufficient data on the technical system) and the stage of series production were mathematically defined. The probability of a successful outcome when testing technical systems was represented by:

– the probability of event for a system element;

– confidence value;

– required scope of tests

In these terms, the null and alternative hypotheses and the corresponding reliability control procedures were investigated. Two provisions were considered. The first one provided using the null confidence hypothesis $H_o = \{P \geq P_T\}$ and an alternative $H = \{P < P_T\}$ to confirm the requirements $(\underline{P}_T, \gamma)$ for the reliability indicator of one parameter for any $(\underline{P}_T, \gamma)$. In this case, one trouble-free test was enough. The second provision considered a sequential technical system with independent elements that were tested separately from the system according to the Bernoulli scheme for one parameter. We considered the requirements for the system in the form of a set of values $(\underline{P}_T, \gamma)$ and the requirements for any of its elements $(\underline{P}_{Ti}, \gamma)$. They coincided when the planned outcome of the tests corresponded to the cases when the ratio $\underline{P} = \lim_{1\le i\le N} : \underline{P}_i = \underline{P}_m$ was fulfilled, and the null alternative hypothesis was selected from the theory of statistical hypothesis testing.

Discussion and Conclusions. The experimental development strategy should be implemented in two stages: the search and validation of the reliability of the elements through a series of fail-safe tests. In this case, the planned scope of tests of each element is determined taking into account the confidence probability, the lower limit of the confidence interval, and the requirements for reliability indices of one parameter of the technical system. If the use of the null confidence hypothesis is acceptable, one fail-safe test is sufficient to confirm the requirements for the reliability index.

Keywords: experimental development, testing of statistical hypotheses, reliability of a technical system, null hypothesis, alternative hypothesis, hypothesis of distrust, confidence hypothesis, confidence probability, scope of fail-safe tests, binomial type test model, Bernoulli scheme, Clopper-Pearson equation, theorem of A. D. Solovyov and R. A. Mirny.

Acknowledgements. The authors would like to thank the reviewers, whose critical assessment of the submitted materials and suggestions contributed to a significant improvement in the quality of this article.

For citation. Tsarev OYu., Tsarev YuA. Validation of Reliability Indices during Experimental Development of a Complex Technical Series System. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(1):26–33. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-26-33

Введение. Рациональные методы подтверждения заданных уровней надежности актуальны для экспериментальной отработки сложной технической системы, когда принимается решение о возможности ее испытания в составе более крупной структуры или о завершении экспериментальной отработки и начале серийного производства. Такие же задачи возникают и при серийном производстве, если нужно:

– оценить готовность предприятия к выпуску серийной продукции на основании данных испытаний установочной партии;

– сделать вывод о соответствии выпускаемой продукции требованиям технической документации с учетом данных по эксплуатации.

Цель работы — получить приемлемое решение для планирования и сокращения объема испытаний с помощью методов интервального оценивания показателей надежности последовательных технических систем. Для реализации заявленной цели необходимо определить, принимается или отклоняется гипотеза H_o.

Материалы и методы. Задачу подтверждения требований целесообразно формулировать в терминах теории проверки статистических гипотез [1–4]. Пусть P — надежность технической системы, P_T — некоторый фиксируемый (требуемый) уровень для P. До проведения испытаний относительно P можно выдвинуть три исходных предположения: $P = P_T$, $P \leq P_T$, $P > P_T$.

Каждое из них называется нулевой гипотезой, если записано виде:

$$H_o = \{P = P_T\},\ H_o = \{P \leq P_T\},\ H_o = \{P > P_T\}.$$

Множество $H_o = \{P = P_T\}$ содержит лишь один элемент, поэтому гипотеза $H_o = \{P = P_T\}$ называется простой. Гипотезы вида $H_o = \{P \leq P_T\}$ и $H_o = \{P > P_T\}$ называются сложными. Наряду с нулевой гипотезой, выражающей заранее сформулированную точку зрения, задают альтернативную гипотезу H, выражающую противоположное высказывание $H_o\left(H_o \cap H = \Omega\right)$. Задействуем понятийный аппарат теории информации [1], вероятности и статистики, применимый к решению подобных задач. Рассмотрим две совокупности множеств H_o и H:

$$H_o = \{P \leq P'_T\},\ H = \{P > P'_T\}, \tag{1}$$

$$H_o = \{P \geq P_T\}, H = \{P < P_T\}. \tag{2}$$

Гипотезу H_o в (1) будем называть жесткой, или гипотезой недоверия. Действительно, в случае (1) первоначально (до испытания) исходят из позиции недоверия к уровню качества системы. Показатель надежности P принимается не выше некоторого фиксируемого уровня P'_T. Гипотезу H_o в (2) будем называть гипотезой доверия, так как в этом случае первоначально исходят из положения, что показатель надежности P не меньше некоторого фиксируемого значения P_T.

Смысл величин P'_T и P_T различен. В (1) P'_T — такое браковочное значение, что при $P \leq P'_T$ система считается неприемлемой. В (2) P_T — такое значение, что при $P \geq P_T$ система считается приемлемой для использования. Очевидно, что $P_T > P'_T$.

Результаты исследования. Итак, необходимо определить, принимается или отклоняется гипотеза H_o. В теории статистических гипотез для этого по результатам испытаний строится критическая область. Она описывается некоторым неравенством. Причем нулевой гипотезы (вследствие исходного доверия к ней)

придерживаются до тех пор, пока это разумно с точки зрения принятого уровня значимости α. Поэтому заранее ясно, что процедура контроля надежности в случае (1) будет существенно отличаться по сравнению со случаем (2).

Действительно, далее убедимся, что для отклонения гипотезы $H_о$ в (1) и принятия гипотезы $H = \{P > P'_T\}$ о выполнении требования к показателям надежности следует использовать критическую область (или условие):

$$\underline{P} > \underline{P}'_T, \tag{3}$$

где $\underline{P}$ — нижняя граница доверительного интервала для P при значении доверительной вероятности $\gamma = 1 - \alpha$; $\underline{P}'_T$ — нижняя граница браковочного интервала для P при значении доверительной вероятности $\gamma = 1 - \alpha$.

В случае (2) для принятия гипотезы $H_о$ о соответствии значения параметра P предъявляемому требованию следует использовать условие:

$$\overline{P} \geq P_T, \tag{4}$$

где $\overline{P}$ — верхняя граница доверительного интервала для P при значении доверительной вероятности $\gamma = 1 - \alpha$.

В (3) и (4) под требованием к показателю надежности одного параметра P понимается совокупность величин $(\underline{P}'_T, \gamma)$ или $(\underline{P}_T, \gamma)$, задаваемых до проведения испытаний.

Пусть в условиях схемы Бернулли проведено одно успешное испытание. Тогда, используя соотношения Клоппера — Пирсона, находим нижнюю и верхнюю границы одного параметра при значении, например, $\gamma = 0{,}95$:

$$\underline{P} = (1 - \gamma)^{1/1} = 1 - \gamma = 0{,}05; \ \overline{P} = 1.$$

При этом даже для весьма умеренных значений $\underline{P}'_T \in [0{,}05;\ 0{,}95]$ условие (3) не выполняется, в то время как (4) выполняется при любом P_T. Покажем справедливость принятого положения.

<u>Первое положение.</u> Если допустимо использование нулевой гипотезы доверия $H_o = \{P \geq P_T\}$ при альтернативе $H = \{P < P_T\}$, то для подтверждения требований $(\underline{P}_T, \gamma)$ к показателю надежности одного параметра при любых $(\underline{P}_T, \gamma)$ достаточно одного безотказного испытания.

Если исходная гипотеза H_o — это гипотеза недоверия из (1), то необходимо существенно большее число испытаний. Так, при $m = 0$, получаем $n \geq log(1 - \gamma) / log\underline{P}_T >> 1$. Это вполне справедливо, т. к. при проверке гипотез первоначально исходят из справедливости нулевой гипотезы H_o.

На этапе экспериментальной отработки нет достаточно полных данных о технической системе, поэтому целесообразно использовать правило контроля (3). На этапе серийного производства можно исходить из гипотезы доверия и использовать существенно более легкое правило контроля (4). Это допустимо, если, по данным экспериментальной отработки, условие (3) оказалось выполненным.

Рассмотрим систему, состоящую из N независимых последовательно соединенных элементов, которые могут испытываться отдельно. Тогда вероятность успешного исхода при испытании технических систем:

$$P = \prod_i^N P_i. \tag{5}$$

Здесь P_i — вероятность того же события для i-го элемента. К величине P заданы требования в виде совокупности значений $(\underline{P}_T, \gamma)$. Нужно спланировать процедуру контроля надежности одного параметра для каждого элемента системы, т. е. задать $\forall i \in [1, n]$ пару $(\underline{P}_{Ti}, \gamma)$.

Вследствие перемножения P_i в формуле (5) должно выполняться соотношение $\prod_i^N P_{Ti} = P$. Кроме того, $\gamma_i = \gamma$.

В результате требуемый объем испытаний n_i каждого элемента резко возрастает и даже при безотказных исходах всех испытаний становится неприемлемым. При $\underline{P}_T = 0{,}9$ и $\gamma = 0{,}95$, $N = 100$ и $m = 0$, $\forall i = \overline{1, N}$:

$$P_{Ti} \sim \underline{P}_T^{1/100} = 0{,}999, \ n_{oi} = log(1 - \gamma) / logP_{Ti} \sim 3000.$$

Такому способу планирования логически противоречит неравенство $n_{oi} > n_o$, следующее из $P_{Ti} > \underline{P}_T$ при $m_i = 0$. Понятно, что при безотказных исходах требуемый объем испытаний n_{oi} i-го элемента, проводимых

Механика

отдельно от системы, должен быть равен требуемому объему испытаний системы n_o. Во избежание этого противоречия следует использовать теоремы А. Д. Соловьева и Р. А. Мирного [5–7]. Итак, при $m = 0, \ \forall i = \overline{1, N}$:

$$\underline{P} = \min_{1\le i\le N} : \underline{P}_i = f\ (n,\ 0,\ \gamma) = (1 - \gamma)^{1/n}. \tag{6}$$

Здесь $\underline{P}$ — нижняя граница доверительного интервала для показателя надежности технической системы по одному параметру, при значении γ доверительной вероятности; $\underline{P}_i$ — значение нижней границы доверительного интервала для показателя надежности *i-го* элемента системы при той же доверительной вероятности; n — минимальное число испытаний элементов системы; $f(n, 0, \gamma)$ — корень уравнения Клоппера — Пирсона:

$$1 - \gamma = \sum_{k=0}^{m} \binom{n}{k} P^{n-k} q^k = B(n,\ P,\ m). \tag{7}$$

Согласно [8–12]:

$$f(n, n\overline{q}, \gamma) \le P \le f(n,\ [n\overline{q}], \gamma). \tag{8}$$

Здесь $\overline{q} = 1 - P$; $P = \prod_{i}^{N} (1 - m_i / n_i)$; $n = \min_{1\le i\le N} n_i$; $[n\overline{q}]$ — целая часть произведения $n\overline{q}$; $f(n, n\overline{q}, \gamma)$ — корень уравнения $J_P(n, P, n\overline{q}+1) = 1 - \gamma$.

Из (8) следует:

$$\underline{P} = \min_{1\le i\le N} : \underline{P}_i = \underline{P}m, \tag{9}$$

где $\underline{P}_m$ — минимальное из $\underline{P}_i$ при значении доверительной вероятности γ.

$$P_m = \min_{1\le i\le N} : \underline{P}_i \ge P_T \Leftrightarrow (\underline{P}_1 \ge P_T) \cap (\underline{P}_2 \ge P_T) \ldots \cap (\underline{P}_N \ge P_T).$$

Это справедливо не только для случая (1), когда $m = 0, \ \forall i = \overline{1, N}$, но и для случая (2), т. е. для исхода $n = (n_1, n_2, \ldots, n_N)$, $m = (m_1,\ 0,\ 0,\ \ldots,\ 0)$ испытаний, где n и m — вектор испытаний и вектор отказов, если $n_1 = n$.

При этом отказывает только один элемент, подвергшийся испытаниям минимальное число раз. Действительно, в этом случае $n\overline{q} = m_1$ — целое число. Расчеты позволили установить, что (9) приближенно выполняется также при исходе испытаний n, m, т. е. в случае (3), если для пары (n_1, m_1) возможно $\min_{1\le i\le N} : \underline{P}_i = \underline{P}_m$.

Во всех упомянутых случаях (9) не перемножаются нижние границы, а система вырождается в один слабейший элемент. Это позволяет подтвердить следующее положение.

Второе положение. Рассмотрим последовательную систему с N независимыми элементами, которые испытываются отдельно от системы по схеме Бернулли для одного параметра. Требования, задаваемые к системе в виде совокупности величин $(\underline{P}_T, \gamma)$, и требования к любому ее элементу $(\underline{P}_{Ti}, \gamma_i)$ совпадают, если планируемый исход испытаний соответствует упомянутым случаям выполнения соотношения (9), а нулевая альтернативная гипотеза выбирается, исходя из (1) и (2).

Следствие. В случае (3) выполнение (9) — планируемый объем безотказных испытаний ($N – 1$) элементов определяется из:

$$n_i \ge n_0 = log\ (1 - \gamma)\ /\ log \underline{P}_T. \tag{10}$$

Объем отказов условно первого элемента при m_1 находится из соотношения:

$$\underline{P}_1 = f(n_1, m_1, \gamma) = \underline{P}_T. \tag{11}$$

Доказательство (11) основано на том, что условие $\underline{P} = P_H \ge \underline{P}_T$ выполняется, если $P_H = \underline{P}_1 = \underline{P}_T$ и $\underline{P}_1 \le \forall i \in [2, N]$. Последнее же соотношение удовлетворяется, если выполняется (10), т. к.:

$$n_i \ge n_0 \Leftrightarrow \underline{P}_i = (1 - \gamma)^{1/ni} \ge \underline{P}_T.$$

Во всех рассмотренных случаях предполагалось, что до проведения испытаний нет никакой информации относительно P, если не считать очевидный факт $P \in [0,\ 1]$. Однако может быть известно, что $P \ge P_H$, где $P_H = 0$. Значит, $P = \dot{P} \in [\ P_H,\ 1]$. Величину P_H можно найти по данным испытаний или расчетов к моменту планирования испытаний на надежность. Еще нет методики определения P_H, и ее разработка — задача будущих изысканий. Но если известна величина P_H, по формуле полной вероятности можно найти:

$$\dot{P} = P + \overline{q}\underline{P}.$$

Отсюда:

$$P = (\dot{P} - P_H) / (1 - P_H), \ \underline{P} = (\dot{\underline{P}} - P_H) / (1 - P_H). \quad (12)$$

Последнее соотношение выполняется вследствие монотонности по $\dot{P}$, зависимости $P = (\dot{\underline{P}} - P_H)$.

С учетом (12) соотношение (2) примет вид:

$$P_H + (1 + P_H) f(n, n\bar{q}, \gamma) \le \dot{\underline{P}} \le P_H + (1 - P_H) f(n, [n\bar{q}], \gamma). \quad (13)$$

Пусть условием принятия решения о соответствии технической системы требованиям $(\underline{P}_T, \gamma)$ по-прежнему служит (3), где нижняя граница доверительного интервала определяется из (13) с учетом $P = \dot{\underline{P}} \in [P_H, 1]$. Тогда из соотношения

$$\dot{\underline{P}} \ge \underline{P}_T \quad (14)$$

находим планируемый объем безотказных испытаний по одному параметру для каждого из N элементов:

$$n_i \ge n'_0 = log(1 - \gamma) \ log(\underline{P}_T - P_H) \ / \ (1 - P_H). \quad (15)$$

Величина n'_0 убывает по P_H. Значит, n_0 (10) при $P_H = 0$ и $n'_0 = 0$ при $P_H = \underline{P}_T$.

Пример. Требования к показателям $P = \prod_i^N P_i$ надежности системы заданы для одного параметра в виде совокупности величин ($\underline{P}_T = 0{,}90$; $\gamma = 0{,}95$). Число элементов технической системы $N = 100$. По имеющимся данным, $\underline{P}_T > P_H = 0{,}70$. Требуется найти планируемый объем испытаний каждого из N элементов, если выполнение требований надежности проверяется условием (14). Из (15) находим:

$$n_i \ge n'_0 = log\ (0{,}05) \ / \ log\ (0{,}90 - 0{,}70) \ / \ (1 - 0{,}70) = 7.$$

Заметим, что при $P_H = 0$ $n_i \ge n'_0 = 29$.

Соотношения (10) и (15) позволяют планировать необходимый объем испытаний *i-го* элемента технической системы при определенной последовательности экспериментальной отработки системы. Весь процесс экспериментальной отработки делится условно на два периода: поиск и подтверждение требований надежности для решения о переходе к следующему этапу испытаний или о принятии технической системы к серийному производству. В первом периоде возможны доработки, и целесообразно использовать модели с переменной вероятностью P успешного исхода испытания системы.

Данные, полученные в первом периоде, могут использоваться для расчета величины P_H.

Во втором периоде имеем дело с установившимся вариантом конструкции технической системы и технологического процесса. Это позволяет использовать рассмотренные выше модели испытаний биномиального типа с постоянной вероятностью P.

Пусть первый период отработки N элементов технической системы закончен и ставится вопрос о подтверждении требований к показателю надежности системы по одному параметру. Целесообразно подтвердить надежность, если положительное решение принимается только в случае безотказного исхода испытаний последней серии для каждого из N элементов. Эта стратегия удобна тем, что она основана на минимально возможном числе испытаний элементов технической системы и допускает простые аналитические решения (10) и (15).

В общем случае есть смысл исследовать стратегию, допускающую отказы элементов при проведении испытаний и основанную на оптимизации некоторой целевой функции. Но здесь ограничимся рассмотрением лишь упомянутой стратегии с безотказными заключительными сериями.

Обсуждение и заключения. Результаты научных изысканий позволили сформулировать приведенные ниже выводы.

1. Даже при большом числе N элементов системы возможно планирование объема их испытаний. В этом случае методы интервального оценивания показателей надежности последовательных технических систем позволяют получить приемлемое решение, однако только по одному параметру.

2. Стратегия экспериментальной отработки технических систем тесно связана с методом подтверждения надежности элементов. Рациональная стратегия экспериментальной отработки предусматривает после поискового периода подтверждение надежности элементов заключительной серией безотказных испытаний. В этом случае планируемый объем испытаний каждого из N элементов не зависит от N и определяется по соотношению (15), в которое входят требования ($\underline{P}_T, \gamma$) к показателям надежности одного параметра технической системы в целом и P_H. Получаемый по (15) объем испытаний каждого элемента технической системы при любом их числе невелик, если на систему из N элементов заданы умеренные требования

($\underline{P}_T$ = 0,80 …0,95; γ = 0,90 … 0,95), однако только по одному параметру. При этом объем убывает с ростом величины P_H.

3. В серийном производстве при испытаниях модернизированных технических систем можно использовать метод контроля со сменой нулевой и альтернативной гипотез. Если допустимо использование нулевой гипотезы доверия, то для подтверждения требований к показателю надежности достаточно одного безотказного испытания.

Список литературы

1. Белов В.М., Новиков С.Н., Солонская О.И. *Теория информации.* Москва: ГЛТ; 2012. 143 с.

2. Годин А.М. *Статистика.* Москва: Дашков и К; 2016. 451 с.

3. Müller K. The New Science of Cybernetics: A Primer. *Journal of Systemics, Cybernetics and Informatics.* 2013;11:32–46.

4. Hamdy A Taha. *Operations Research*: *An Introduction*, 9th ed. New York: Prentice Hall; 2011. 813 p.

5. Павлов И.В. Доверительные границы для показателей надежности системы с возрастающей функцией интенсивности отказов. *Проблемы машиностроения и надежности машин.* 2017;(2):70–75.

6. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. *Математические методы в теории надежности.* Москва: Либроком; 2013. 584 с.

7. Betsch S., Ebner B. Fixed Point Characterizations of Continuous Univariate Probability Distributions and their Applications. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics.* 2021;73:31–59. https://doi.org/10.48550/arXiv.1810.06226

8. Nakakita S.H., Kaino Y., Uchida M. Quasi-Likelihood Analysis and Bayes-Type Estimators of an Ergodic Diffusion Plus Noise. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*. 2021;73:177–225. https://doi.org/10.1007/s10463-020-00746-3

9. Павлов И.В., Разгуляев С.В. Нижняя доверительная граница среднего времени безотказной работы системы с восстанавливаемыми элементами. *Вестник МГУ им. Н. Э. Баумана (Естественные науки).* 2018;(5):37–44. http://dx.doi.org/10.18698/1812-3368-2018-5-37-44

10. Fishwick P. (ed.) *Handbook of Dynamic Systems Modeling.* New York: CRC Press; 2007. 760 p. https://doi.org/10.1201/9781420010855

11. Антонов А.В., Маловик К.Н., Чумаков И.А. Интервальная оценка характеристик надежности уникального оборудования. *Фундаментальные исследования.* 2011;12:71–76.

12. Гвоздев В.Е., Абдрафиков М.А., Ахуньянова К.Б. Интервальное оценивание показателей надежности на основе FMEA-методологии. *Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета.* 2014;18(4):91–98.

References

1. Belov VM, Novikov SN, Solonskaya OI. *Teoriya informatsii*. Moscow: GLT; 2012. 143 p. (In Russ.)

2. Godin AM. *Statistika*. Moscow: Dashkov i K°; 2016. 451 p. (In Russ.)

3. Müller K. The New Science of Cybernetics: A Primer. *Journal of Systemics, Cybernetics and Informatics*. 2013;11:32–46.

4. Hamdy A Taha. *Operations Research*: *An Introduction*, 9th ed. New York: Prentice Hall; 2011. 813 p.

5. Pavlov IV. Confidence Limits for System Reliability Indices with Increasing Function of Failure Intensity. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2017;2:70–75.

6. Gnedenko BV, Belyaev YuK, Solovyev AD. *Matematicheskie metody v teorii nadezhnosti*. Moscow: Librokom; 2013. 584 p. (In Russ.)

7. Betsch S, Ebner B. Fixed Point Characterizations of Continuous Univariate Probability Distributions and their Applications. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*. 2021;73:31–59. https://doi.org/10.48550/arXiv.1810.06226

8. Nakakita SH, Kaino Y, Uchida M. Quasi-Likelihood Analysis and Bayes-Type Estimators of an Ergodic Diffusion Plus Noise. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*. 2021;73:177–225. https://doi.org/10.1007/s10463-020-00746-3

9. Pavlov IV, Razgulyaev SV. Lower Confidence Limit for Mean Time between Failures in a System Featuring Repairable Components. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series: Natural Sciences*. 2018;5:37–44. http://dx.doi.org/10.18698/1812-3368-2018-5-37-44

10. Fishwick P. (ed.) *Handbook of Dynamic Systems Modeling*. New York: CRC Press; 2007. 760 p. https://doi.org/10.1201/9781420010855

11. Antonov AV, Malovik KN, Chumakov IA. Interval Estimation of the Reliability Characteristics for Unique Equipment. *Fundamental Research*. 2011;12(1):71–76.

12. Gvozdev VE, Abdrafikov MA, Akhunyanova KB. Interval Estimation of Reliability Parameters Based on Methodology FMEA. *Vestnik UGATU*. 2014;65:91–98.

Об авторах:

Царев Олег Юрьевич, консультант АО «Деловые решения и технологии» (127055, Российская Федерация, г. Москва, ул. Лесная, 5 б), ORCID, myaucha-pyt@yandex.ru

Царев Юрий Александрович, профессор кафедры «Проектирование и технический сервис транспортно-технологических систем» Донского государственного технического университета (344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор, ycarev@donstu.ru

Заявленный вклад соавторов:

О.Ю. Царев — формирование основной концепции, цели и задачи исследования, проведение расчетов, подготовка текста, формулирование выводов. Ю.А. Царев — научное руководство, анализ результатов исследований, доработка текста, корректировка выводов.

Поступила в редакцию 09.01.2023.
Поступила после рецензирования 01.02.2023.
Принята к публикации 06.02.2023.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Oleg Yu Tsarev, consultant, “Business Solutions and Technologies” JSC (5B, Lesnaya St., Moscow, 127055, RF), ORCID, myaucha-pyt@yandex.ru

Yury A Tsarev, professor of the Engineering and Maintenance of Transporting and Manufacturing Systems Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), Dr.Sci. (Eng.), professor, ycarev@donstu.ru

Claimed contributorship:

OYu. Tsarev: basic concept formulation; research objectives and tasks; computational analysis; text preparation; drawing conclusions. YuA. Tsarev: academic advising; analysis of the research results; revision of the text; correction of the conclusions.

Received 09.01.2023.
Revised 01.02.2023.
Accepted 06.02.2023.

Conflict of interest statement

The authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

МЕХАНИКА
MECHANICS







УДК 539.3
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-34-40

Научная статья



Метод решения задачи о движении нагрузки по ледяному покрову водоема по сложной траектории

А.В. Галабурдин
Донской государственный технический университет, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1
✉ galaburdin@mail.ru

Аннотация

Введение. Освоение полярных районов Мирового океана способствовало повышению интереса к изучению волновых процессов в водоемах с ледяным покровом, обусловленных действием подвижной нагрузки. В большинстве работ отечественных и зарубежных ученых ледяной покров рассматривался как упругая или вязкоупругая пластина, нагруженная прямолинейно движущейся вертикальной силой. Однако при моделировании воздействия транспортных средств на ледяной покров представляет интерес рассмотрение задач, в которых сила движется по более сложной траектории. Поэтому целью данного исследования является разработка метода исследования поведения ледяного покрова под действием силы, движущейся по траектории сложной формы, подчиняясь произвольному закону движения.

Материалы и методы. Предложен метод решения задач о действии движущейся произвольным образом силы по ледяному покрову водоема конечной глубины, заполненного невязкой несжимаемой жидкостью. Ледяной покров рассматривался как вязкоупругая пластина, лежащая на поверхности жидкости, находящейся в состоянии потенциального течения. На верхнюю поверхность пластины приложена сосредоточенная сила, движущаяся по произвольной замкнутой траектории и являющаяся периодической по времени. На нижнюю поверхность пластины со стороны жидкости действует гидродинамическое давление. В силу периодичности приложенной к пластине нагрузки при решении дифференциальных уравнений, описывающих поведение данной системы, использовали интегральное преобразование по времени. Далее, применяя традиционные методы, получили формулы для вычисления напряжений и перемещений в пластине и компонент вектора скорости частиц жидкости. Эти формулы представили в виде повторного интеграла. Для вычисления интегралов использовали численные методы.

Результаты исследования. Расчеты показали, что прогиб ледяного покрова заметно увеличивается с ростом скорости и касательного ускорения движения нагрузки. К росту прогиба также приводят увеличение времени релаксации льда и уменьшение радиуса траектории движения нагрузки. Рассчитано распределение вектора скорости частиц жидкости по глубине водоема.

Обсуждение и заключения. Предложенный метод показал свою эффективность при решении задач о действии подвижной нагрузки на ледяной покров водоема. С его помощью исследовано влияние на прогиб ледяного покрова кривизны траектории движения и механических свойств льда, кинематических характеристик движения нагрузки. Метод моделирует воздействие транспортных средств на ледяной покров водоема. Результаты его применения могут быть использованы при строительстве ледовых дорог или аэродромов на льду.

Ключевые слова: бесконечный ледяной покров, движущаяся нагрузка, произвольная замкнутая траектория, переменная скорость.

Благодарности. Автор выражает благодарность рецензентам за указанные замечания, которые позволили повысить качество статьи.

Для цитирования. Галабурдин А.В. Метод решения задачи о движении нагрузки по ледяному покрову водоема по сложной траектории. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(1):34–40. https://doi.org/ 10.23947/2687-1653-2023-23-1-34-40

Original article

Method for Solving the Problem of Load Movement over the Ice Cover of a Reservoir along a Complex Trajectory

Alexander V Galaburdin
Don State Technical University, 1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, Russian Federation
✉ galaburdin@mail.ru

Abstract
Introduction. The development of the polar regions of the World Ocean contributed to an increased interest in studying wave processes in water bodies with ice cover caused by the action of a mobile load. In most papers of domestic and foreign scientists, the ice sheet was considered as an elastic or viscoelastic plate loaded with a rectilinearly moving vertical force. However, when modeling the impact of vehicles on the ice cover, it is of interest to investigate problems in which the force moves along a more complex trajectory. Therefore, this study aims at developing a method for studying the behavior of the ice cover under the action of a force moving along a trajectory of a complex shape, obeying an arbitrary law of motion.
Materials and Methods. A method for solving problems of the action of an arbitrarily moving force on the ice cover of a reservoir of finite depth filled with an inviscid incompressible fluid is proposed. The ice cover was considered as a viscoelastic plate lying on the surface of a liquid in a state of potential flow. A concentrated force moving along an arbitrary closed trajectory and being periodic in time was applied to the upper surface of the plate. Hydrodynamic pressure acted on the lower surface of the plate from the liquid side. Due to the periodicity of the load applied to the plate, an integral time transformation was used to solve differential equations describing the behavior of this system. Further, using traditional methods, formulas were obtained for calculating stresses and displacements in the plate and components of the velocity vector of liquid particles. These formulas were presented in the form of an iterated integral. Numerical methods were used to calculate integrals.
Results. Calculations showed that the deflection of the ice cover increased markedly with the growth of speed and tangential acceleration of the load movement. An increase in the relaxation time of ice and a decrease in the radius of the trajectory of the load also caused an increase in deflection. The distribution of the fluid particle velocity vector over the depth of the reservoir was calculated.
Discussion and Conclusions. The proposed method has shown its efficiency in solving problems about the impact of a moving load on the ice cover of a reservoir. With its help, the influence of the curvature of the trajectory of motion and the mechanical properties of ice, the kinematic characteristics of the movement of the load on the deflection of the ice cover was investigated. The method simulates the impact of vehicles on the ice cover of a reservoir. The results of its application can be used under the construction of ice roads or airdromes on ice.

Keywords: infinite ice cover, moving load, arbitrary closed trajectory, variable speed.

Acknowledgements. The author would like to thank the reviewers for the specified comments that improved the quality of the article.

For citation. Galaburdin AV. Method for Solving the Problem of Load Movement over the Ice Cover of a Reservoir along a Complex Trajectory. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(1):34–40. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-34-40

Введение. В последнее время, в связи с освоением северных территорий и районов Мирового океана, огромное внимание уделяется проблемам изучения поведения ледяного покрова под действием внешней нагрузки. Этим вопросам посвящено большое количество работ отечественных и зарубежных ученых. Воздействие на вязкоупругую плавающую пластину импульсной движущейся нагрузки рассматривалось в [1]. Воздействие подвижной нагрузки на ледяной покров, примороженный к стенкам канала, представлено в [2, 3]. Колебания ледяного покрова, обусловленные движущейся с постоянной скоростью нагрузкой, рассматривались в [4]. Поведение полубесконечного ледяного покрова при действии на него равномерно движущейся нагрузки изучалось в [5]. Распространения волн, возбуждаемых вдоль канала с ледяным покровом, рассмотрены в работе [6]. В [7] при моделировании применялись нелинейные модели. В монографии [8] приведены результаты исследований поверхностных волн в море с плавающим битым и сплошным ледяным покровом. Разрушение льда под действием движущейся нагрузки рассматривалось в [9]. В приведенных выше работах в основном рассматривалось прямолинейное движение нагрузки. Целью данного исследования являлась разработка метода решения задачи о воздействии силы, движущейся по ледяному покрову произвольным образом. Достижение

поставленной цели позволяет более точно моделировать воздействие на ледяной покров транспортных средств, движение которых происходит часто по достаточно сложным траекториям и по сложному закону.

Постановка задачи. Рассматриваются колебания бесконечного ледяного покрова, лежащего на поверхности водоема конечной глубины, под действием силы, движущейся произвольно по замкнутой траектории. Ледяной покров моделируется тонкой вязкоупругой пластиной, механические свойства которой описываются моделью Кельвина-Фойгта. Водоем наполнен несжимаемой жидкостью.

Материалы и методы. Изгиб ледяного покрова описывается дифференциальным уравнением [7]:

$$(1+\tau_o\partial_t)\Delta^2 W + c^{-2}\partial_t^2 W + kW + b\partial_t \Phi|_{z=0} = \frac{P(x,y,t)}{D}, \qquad (1)$$

где $W(x,y,t)$ — прогиб ледяного покрова; $D=Eh^3/(12(1-\mu^2))$; E — модуль Юнга; μ — коэффициент Пуассона; h — толщина ледяного покрова; $\tau_о$ — время релаксации деформаций; $\Delta^2=\partial_x^4+2\partial_x^2\partial_y^2+\partial_y^4$; $\rho_л$ — плотность льда; $\rho_в$ — плотность воды; $c^{-2}=\rho_л h/D$, $k=\rho_в g/D$, $b=\rho_в/D$; $P(x,y,t)$ — действующая на поверхности льда нагрузка; $\Phi(x,y,z,t)$ — потенциал движения жидкости. Поведение жидкости подчинено уравнению:

$$\Delta\Phi=0.$$

Граничные условия на границе лед-вода при z=0 и на дне водоема $z=-H$ (H — глубина водоема) имели вид:

$$\partial_t W=\partial_z\Phi|_{z=0},\ \partial_z\Phi|_{z=-H}=0.$$

Предполагалось, что сила $P(x, y, t)$ перемещается по произвольной замкнутой траектории γ произвольным образом. При этом полагалось, что $P=P(s(t))$, где s — дуговая координата, отсчитываемая от некоторой фиксированной точки кривой γ. Если функция $s(t)$ является периодической с периодом T, то вполне очевидно, что периодической будет и величина $P(s(t))$, причем также с периодом T. Параметрическое задание траектории принималось в виде:

$$\begin{cases} x = x_o(t) \\ y = y_o(t) \end{cases},$$

где t — время.

Рассматривая установившийся процесс и применяя интегральное преобразование по переменным x и y, а также конечное интегральное преобразование по t на интервале $[0; T]$, получим:

$$(1-i\omega_n\tau_o)\, p^4 W_0 - c^{-2}\omega_n^2 W_0 + kW_0 + bi\omega_k\Phi_0|_{z=0} = P_0/D,$$
$$\partial_z^2\Phi_0 - p^2\Phi_0 = 0,$$

где W_0, Φ_0 — изображения неизвестных функций W и Φ, $p^2=\lambda^2+\alpha^2$; λ; α — параметры интегральных преобразований, соответственно, по переменным x и y; $\omega_n=2\pi n/T$, n=0, 1, 2, 3, … . Решая второе уравнение с учетом граничных условий, получим:

$$\Phi_0=-i\omega_n W_0 ch(p(z+H))/psh(pH).$$

Тогда из первого уравнения следует:

$$W_0=P_0/((c^{-2}+bcth(pH)/p)\,\omega_n^2-p^4-k+i\,\omega_n\tau_o p^4).$$

Движущаяся сосредоточенная сила аппроксимировалась функцией:

$$P(x,y,t)=\varepsilon^2 exp(-\varepsilon^2((x-x_o(t))^2+(y-y_o(t))^2))/\pi,$$

где ε — параметр.

Далее, выполняя вполне очевидные преобразования, можно получить:

$$W = \frac{1}{2\pi D}\int_0^T\int_0^\infty \left[\frac{p}{p^4+k} + 2p\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{r_{1n}\cos\left(\omega_n(t-\tau)\right)}{r_n} + \frac{r_{2n}\sin\left(\omega_n(t-\tau)\right)}{r_n}\right) J_o(pR)e^{-p^2/4\varepsilon^2}\right] d\tau dp$$

$$r_{1n}=(c^{-2}+bcth(pH)/p)\,\omega_n^2-p^4-k,\ r_{2n}=\omega_n\tau_o p^4,\ R^2=\delta^2+\beta^2,$$
$$\delta=x_o(\tau)-x,\ \beta=y_o(\tau)-y.$$

Зная W, можно по известным соотношениям определить формулы для вычисления компонентов вектора перемещения и тензора напряжений в любой точке ледяного покрова.

При численной реализации предлагаемого метода возникает проблема, связанная с необходимостью вычисления интегралов, один из которых в качестве подынтегральной функции имеет сильно осциллирующую функцию при достаточно больших n, а второй является несобственным с бесконечным верхним пределом.

Для вычисления интегралов от сильно осциллирующих функций применялась квадратурная формула, полученная на основе использования метода кубических сплайнов [11]:

$$\int_a^b e^{i\omega x} f(x)dx \approx -\frac{1}{\omega^4}\sum_{j=1}^{N-1}\frac{e^{i\omega x_{j+1}}-e^{i\omega x_j}}{h_j}\left(M_{j+1}-M_j\right),$$

где h_j — длины элементарных отрезков, на которые разбивается интервал [a; b]; S(x) — аппроксимация $f(x)$кубическим сплайном, $M_j = S''(x_j)$.

При вычислении несобственного интеграла использовалось приближенное соотношение $\int_0^\infty f(p)dp \approx \int_0^A f(p)dp$ при достаточно большом А. Значение А выбиралось таким, чтобы оценка допускаемой ошибки $\left|\int_A^\infty f(p)dp\right|$ была достаточно малой.

Используя традиционные методы, можно получить необходимые оценки для вычисляемых величин. Например, для величины прогиба ледяного покрова данная оценка имеет вид:

$$\left|\int_A^\infty w(p)dp\right| \le 4\varepsilon^2 e^{-A^2/4\varepsilon^2} \frac{\left(c^{-2}+bcth(AH)/A\right)\omega_n^2 + A^4\left(1+\omega_n\tau_o\right)+k}{\left[\left(c^{-2}+bcth(AH)/A\right)\omega_n^2 - A^4 - k\right]^2 + \left[\omega_n\tau_o A^4\right]^2}$$

$$W=\int_0^A w(p)dp + \int_A^\infty w(p)dp.$$

При вычислении суммы ряда для ускорения его сходимости применялся метод сигма-множителей Ланцоша.

Результаты исследования. Расчеты проводились для случая действия единичной сосредоточенной силы, которая двигалась по замкнутой кривой, представленной на рис. 1:

$$s(t) = \frac{L\cdot\sin(\alpha(t - T/2))}{2\sin(\alpha T/2)} + \frac{L}{2},\ \alpha = \frac{\pi}{T},\ t\in[0:T].$$

При этом полагалось, что толщина ледяного покрова h=0,25 м, модуль Юнга материала пластины E=500 000 000 Н/м^2, коэффициент Пуассона μ=1/3, плотность льда ρ=900кг/м^3, плотность воды ρ=1000 кг/м^3, глубина водоема H=5 м, ε=2,5. Радиусы, определяющие форму траектории движения силы, принимались равными R_1=15 м, R_2=9 м, R_3=3 м (рис. 1).

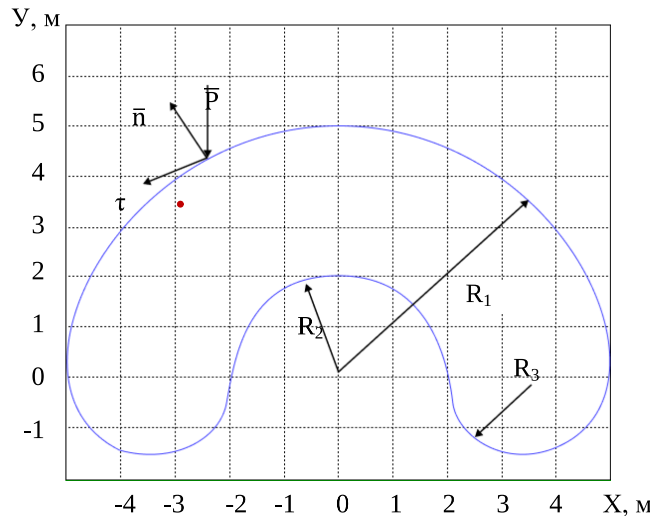


Рис. 1. Траектория движения сосредоточенной силы

На рис. 2 *а* приведено изменение прогиба ледяного покрова, а также максимальных значений нормальных напряжений (при z=±h) Sx и Sy (рис. *б*, *в*) и при скорости движения единичной сосредоточенной силы v =7,4022 м/с и касательном ускорении w_t=0.

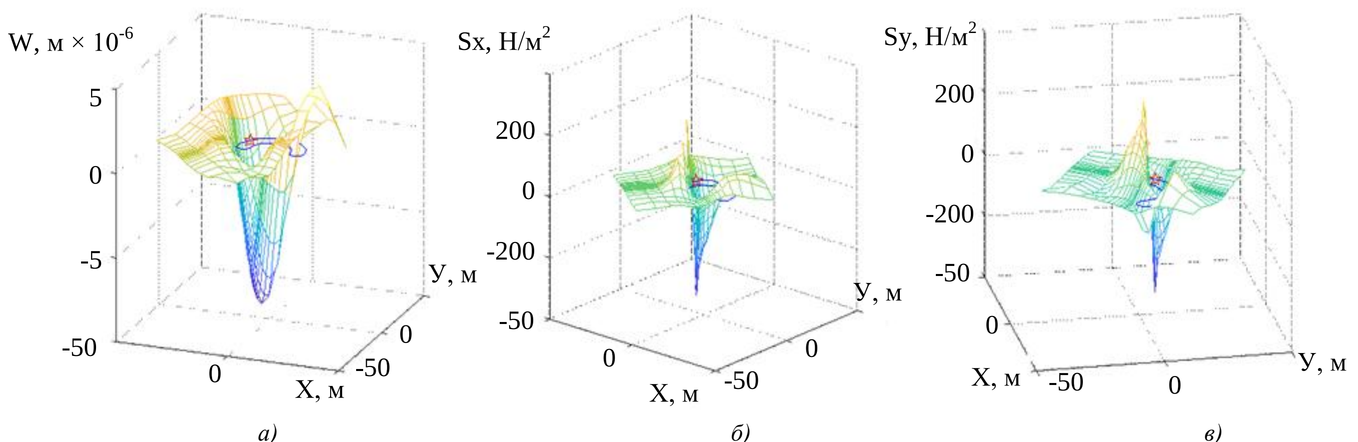


Рис. 2. Изменение прогиба и напряжений ледяного покрова: *а* — изменение прогиба; *б* — изменение напряжения S_x; *в* — изменение напряжения S_y

На указанных графиках красной точкой обозначено место приложения силы, а синим цветом — траектория движения.

На рис. 3 представлена зависимость изменения максимального значения прогиба ледяного покрова от величины скорости движения силы (*а*) в момент t=T/2. Положение силы на траектории в данный момент отмечено красной точкой (рис. 1), при этом касательное ускорение w_t=0. Приведено два графика, один из которых соответствует радиусу траектории R_1=15 м (сплошная линия), а второй — радиусу R_1=5 м (пунктирная линия). На графике *б* на рис. 3 изображена зависимость максимального значения прогиба ледяного покрова от величины касательного ускорения в момент t=T в точке траектории (2;0) на рис. 1 при скорости v=0. На графике на рис. 3 изображена зависимость максимального значения прогиба от величины времени релаксации деформации.

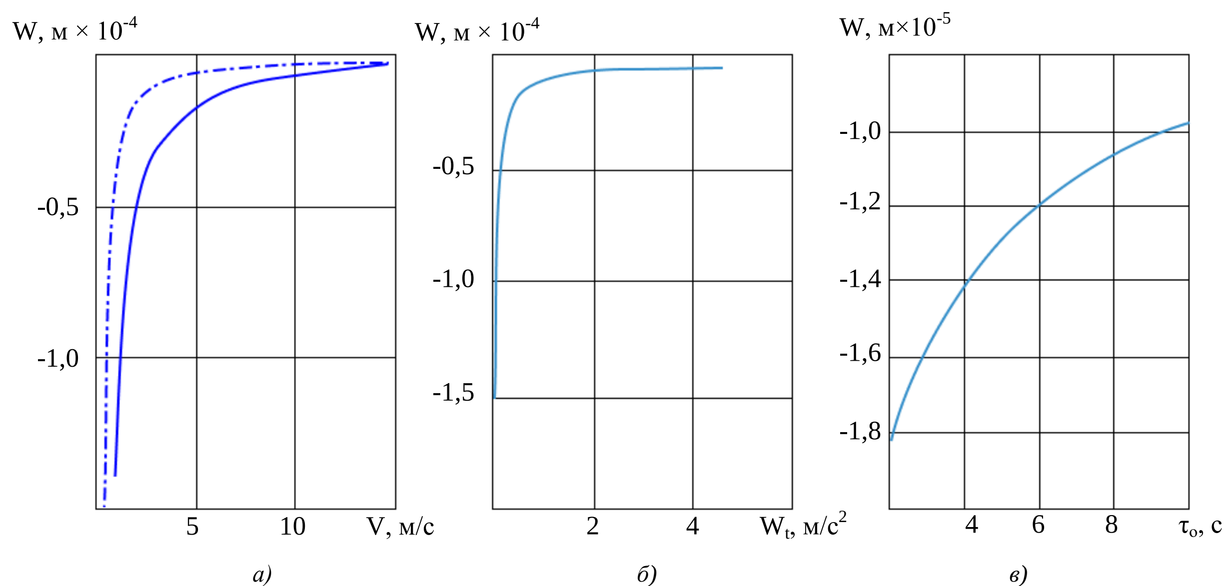


Рис. 3. Зависимости прогиба ледяного покрова от: *а* — от скорости; *б* — касательного ускорения; *в* — времени релаксации

Поведение жидкости представлено на рис. 4, где изображено распределение вектора скоростей частиц жидкости по глубине водоема при t=T/2, скорости движения силы v=3,7011 м/с и ускорении w_t=0.

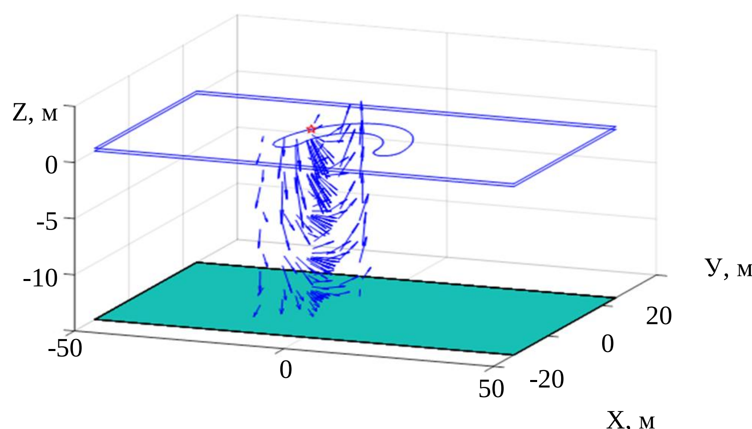


Рис. 4. Распределение вектора скоростей частиц жидкости по глубине водоема

Обсуждение и заключения. Исследовано влияние кривизны траектории движения и механических свойств льда на прогиб ледяного покрова скорости и ускорения движения нагрузки. Расчеты показали, что прогиб ледяного покрова существенно зависит от скорости движения силы и ускорения движения.

Однако характер качественного изменения перемещений и напряжений в ледяном покрове, обусловленных действием движущейся силы при изменении скорости и ускорения движения, менялся слабо.

Заметное влияние на прогиб ледяного покрова оказывают механические свойства льда, в частности, время релаксации.

Полученные результаты и предложенный метод решения подобных задач могут быть использованы при строительстве ледовых дорог или аэродромов на льду. Кроме того, предложенный метод решения показал свою эффективность и может быть использован при решении других подобных задач.

Список литературы

1. Wang K., Hosking R.J., Milinazzo F. Time-Dependent Response of a Floating Viscoelastic Plate to an Impulsively Started Moving Load. *Journal of Fluid Mechanics.* 2004;521:295–317. https://doi.org/10.1017/S002211200400179X

2. Shishmarev K., Khabakhpasheva T., Korobkin A. The Response of Ice Cover to a Load Moving along a Frozen Channel. *Applied Ocean Research.* 2016;59:313–326. https://doi.org/10.1016/j.apor.2016.06.008

3. Шишмарев К.А. Постановка задачи о вязкоупругих колебаниях ледовой пластины в канале в результате движения нагрузки. *Известия Алтайского государственного университета.* 2015;1–2:189–194.

4. Козин В.М., Земляк В.Л., Кожаев А.В. Влияние физико-механических свойств льда на параметры резонансных изгибно-гравитационных волн. *Ученые записки Комсомольского на Амуре государственного технического университета.* 2019;1:36–45.

5. Ткачева Л.А. Поведение полубесконечного ледяного покрова при равномерном движении нагрузки. *Прикладная механика и техническая физика.* 2018;59(2):82–98. https://doi.org/10.15372/PMTF20180109

6. Korobkin A., Khabakhpasheva T., Papin A. Waves Propagating along a Channel with Ice Cover. *European Journal of Mechanics — B/Fluids*. 2014;47:166–175. https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2014.01.007

7. Guyenne P., Părău E.I. Computations of Fully Nonlinear Hydroelastic Solitary Waves on Deep Water. *Journal of Fluid Mechanics.* 2012;713:307–329. https://doi.org/10.1017/jfm.2012.458

8. Букатов А.Е., Букатов А.А., Жарков В.В. и др. *Распространение поверхностных волн в ледовых условиях.* Севастополь: ФГБУН ФИЦ МГИ; 2019. 204 с.

9. Маленко Ж.В., Ярошенко А.А. Изгибно-гравитационные волны в море с ледяным покровом от движущихся возмущений. *Морские интеллектуальные технологии.* 2021;4(2):157–161. https://doi.org/10.37220/MIT.2021.52.2.086

10. Галабурдин А.В. Бесконечная пластина, нагруженная нормальной силой, движущейся по сложной траектории. *Advanced Engineering Research (Russia).* 2020;20(4):370−381. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-370-381

References

1. Wang K, Hosking RJ, Milinazzo F. Time-Dependent Response of a Floating Viscoelastic Plate to an Impulsively Started Moving Load. *Journal of Fluid Mechanics*. 2004;521:295–317. https://doi.org/10.1017/S002211200400179X

2. Shishmarev K, Khabakhpasheva T, Korobkin A. The Response of Ice Cover to a Load Moving along a Frozen Channel. *Applied Ocean Research*. 2016;59:313–326. https://doi.org/10.1016/j.apor.2016.06.008

3. Shishmarev KA. Problem Formulation of Ice Plate Viscoelastic Oscillations in a Channel Caused by a Moving Load. *Izvestiya of Altai State University*. 2015;1–2:189–194.

4. Kozin VM, Zemlyak VL, Kozhaev AV. Influence of Physical and Mechanical Properties of Ice on the Parameters of Resonant Flexural-Gravity Waves. *Scholarly Notes of KNASTU*. 2019;37:36–45.

5. Tkacheva LA. Behavior of a Semi-Infinite Ice Cover under a Uniformly Moving Load. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2018;59:258–272. https://doi.org/10.15372/PMTF20180109

6. Korobkin A, Khabakhpasheva T, Papin A. Waves Propagating along a Channel with Ice Cover. *European Journal of Mechanics – B/Fluids*. 2014;47:166–175. https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2014.01.007

7. Guyenne P, Părău EI. Computations of Fully Nonlinear Hydroelastic Solitary Waves on Deep Water. *Journal of Fluid Mechanics*. 2012;713:307–329. https://doi.org/10.1017/jfm.2012.458

8. Bukatov AE, Bukatov AA, Zharkov VV, et al. *Rasprostranenie poverkhnostnykh voln v ledovykh usloviyakh*. Sevastopol: FGBUN FITS MGI; 2019. 204 p. (In Russ.)

9. Malenko ZhB, Yaroshenko AA. Bending-Gravity Waves in the Sea with an Ice Cover from Moving Disturbances. *Marine Intellectual Technologies*. 2021;4:157–161. https://doi.org/10.37220/MIT.2021.52.2.086

10. Galaburdin AV. Infinite Plate Loaded with Normal Force Moving along a Complex Path. *Advanced Engineering Research (Russia)*. 2020;20:370−381. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2020-20-4-370-381

Об авторе:

Галабурдин Александр Васильевич, доцент кафедры «Математика и информатика» Донского государственного технического университета (РФ, 344003, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат физико-математических наук, доцент, ORCID, Galaburdin@mail.ru

Поступила в редакцию 25.01.2023.
Поступила после рецензирования 06.02.2023.
Принята к публикации 06.02.2023.

Конфликт интересов
Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

Received 25.01.2023.
Revised 06.02.2023.
Accepted 06.02.2023.

About the Author:

Alexander V Galaburdin, associate professor of the Mathematics and Computer Sciences Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), Cand.Sci. (Phys.-Math.), associate professor, ORCID, Galaburdin@mail.ru

Conflict of interest statement
The author does not have any conflict of interest.

The author has read and approved the final manuscript.

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE







УДК 621.791.052:539.4.014.11
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-41-54

Научная статья



Оценка появления начальных разрушений от концентраторов напряжений в сварных соединениях и элементах конструкций

К.А. Молоков[1, 2], **В.В. Новиков**[1], **М. Дабалез**[1]
[1] Дальневосточный федеральный университет, Российская Федерация, г. Владивосток, ул. Суханова, 8
[2] Владивостокский государственный университет, Российская Федерация, г. Владивосток, ул. Гоголя, 41
✉ Spektrum011277@gmail.com

Аннотация

Введение. Данные о возникновении начальных разрушений, полученные испытаниями на стандартных образцах, не всегда можно экстраполировать на реальные сварные соединения и конструкции. Это обусловлено отличиями концентраторов в соединениях, т. к. после сварки возникает значительная структурно-механическая неоднородность зоны термического влияния и концентраторов напряжений. Протяженные, глубокие концентраторы рассматриваются как трещиноподобные дефекты, в вершинах которых образуется объемное, сложное напряженное состояние. Решается вопрос построения критических диаграмм начала возникновения предельного состояния в вершине концентратора, которое зависит от уровня внешней нагрузки и теоретического коэффициента концентрации.

Материалы и методы. Для исследования напряженного состояния задействовали аналитические методы. Проанализирована литература по теме. Учтены особенности проверенных физических моделей и закономерности поведения материалов. Характеристики сплавов стали взяты из открытых источников и обобщены в виде таблицы. Нелинейные уравнения решались в прикладных программах Matlab. Построенные авторами диаграммы позволяют отследить корреляцию опасного уровня теоретического коэффициента концентрации напряжений и уровня внешней нагрузки. Для оформления графической части работы использовали Curve Fitting Toolbox Matlab.

Результаты исследования. Дана характеристика разрушений от концентраторов напряжений в сварных соединениях. Наглядно показано развитие трещин в зоне сплавления. Указаны условия, стимулирующие и тормозящие разрушение. Определен теоретический коэффициент концентрации напряжений α_T. Показано, каким образом данный показатель зависит от ширины, высоты шва и от толщины свариваемой детали. Рассмотрены острые концентраторы напряжений с теоретическим коэффициентом концентрации $\alpha_т = 5 \dots 14$ и более. Для этого случая приводится аппроксимирующая формула, которая учитывает максимальное напряжение в концентраторе в первом полуцикле, исходную деформацию и коэффициент асимметрии цикла нагружения. Через эти элементы задается показатель повышения максимальных напряжений в зависимости от числа циклов нагружения. Аналитически показаны условие текучести, напряженное состояние и коэффициент перенапряжения, учитывающий повышение первого главного напряжения для сложного напряженного состояния. Описана модель критического состояния в вершине острого макроконцентратора напряжений. Она представлена как зависимость относительных напряжений зарождения разрушения $\sigma_н^{bc}/\sigma_{0,2}$ от концентратора. Проанализированы возможные вариации этой модели. Представлены зависимости относительных значений $\sigma_H^{bc}/\sigma_{0,2}$ от теоретического коэффициента концентрации $\alpha_T^{bc} = \alpha_T$. Для проверки физической адекватности данной модели построены графики, которые отражают изменения относительного напряжения внешней нагрузки при критическом состоянии в вершине концентратора напряжений. Обоснована неизбежность бифуркации как результата исследуемых процессов. Указаны два направления дальнейшего развития событий: хрупкое разрушение и потеря устойчивости напряженного состояния с переходом к росту пластических деформаций. Момент бифуркации определен как критическое состояние в очаге концентратора.

Обсуждение и заключения. Анализ и расчеты, выполненные в рамках представленной научной работы, позволили, в частности, сделать выводы о роли ключевых факторов исследуемых процессов. Установлено, например, что работа сплава стали при высоком теоретическом коэффициенте концентрации напряжений зависит от характеристик напряженного состояния. При жестком состоянии возможно сдерживание сдвиговой деформации и наступление предельного состояния при меньшем значении теоретического коэффициента концентрации напряжений. При обычной прочности стали (в сравнении с высокой) фиксируется большее влияние объемности напряженного состояния на значение теоретического коэффициента концентрации напряжений. Вероятность разрушения зависит от сопротивляемости материала росту макротрещины. В будущих изысканиях возможно уточнение аналитических моделей и результатов, оценка эффективных коэффициентов концентрации напряжений.

Ключевые слова: сварное соединение, теоретический коэффициент концентрации, дефекты сварных соединений, объемное напряженное состояние, концентрация напряжений, предел текучести, макротрещина.

Благодарности. Авторы выражают признательность сотрудникам департамента морской техники и транспорта ДВФУ за консультативную помощь в разработке темы, а также рецензентам за ценные замечания по структуре рукописи.

Для цитирования. Молоков К.А., Новиков В.В., Дабалез М. Оценка появления начальных разрушений от концентраторов напряжений в сварных соединениях и элементах конструкций. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(1):41–54. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-41-54

Original article

Evaluation of the Occurrence of Initial Failures from Stress Concentrators in Welded Joints and Structural Elements

Konstantin A Molokov[1,2] ✉, **Valery V Novikov**[1], **Mohammad Dabalez**[1]
[1]Far Eastern Federal University, 8, Sukhanova St., Vladivostok, Russian Federation
[2]Vladivostok State University, 41, Gogoleva St., Vladivostok, Russian Federation
✉ Spektrum011277@gmail.com

Abstract
Introduction. Data on the occurrence of initial failures obtained through testing on standard samples cannot always be extrapolated to real welded joints and structures. This is due to the difference between the concentrators in the joints, because after welding there is a significant structural and mechanical heterogeneity of the heat-affected and stress concentrator zone. Extended, deep concentrators are considered as crack-like defects, at whose vertices a volumetric, multiaxial stress state is formed. The paper addresses the issue of constructing critical diagrams of the onset of the limiting state at the concentrator vertex, which depends on the level of external load and the theoretical concentration coefficient.
Materials and Methods. Analytical methods were used to study the stress state. The literature on the topic was analyzed. The features of proven physical models and patterns of behavior of materials were taken into account. The characteristics of steel alloys were taken from open sources and summarized in a tabulated form. Nonlinear equations were solved in Matlab applications. The diagrams constructed by the authors enable to track the correlation of the dangerous level of the theoretical stress concentration factor and the level of external load. Curve Fitting Toolbox Matlab was used to design the graphic part of the work.
Results. The characteristic of damage from stress concentrators in welded joints was given. The crack propagation in the fusion zone was shown. The conditions stimulating and inhibiting destruction were indicated. The theoretical stress concentration factor α_T was specified. It was shown how this indicator depended on the width, the height of the seam and the thickness of the welded part. Acute stress concentrators with theoretical concentration factor $\alpha_т = 5 \dots 14$ and more were studied. For this case, an approximating formula was given that took into account the maximum stress in the concentrator in the first half cycle, the initial deformation, and the load ratio. Through those elements, an indicator of an increase in maximum stresses was set depending on the number of loading cycles. The flow condition, the stress state, and the overvoltage factor, which took into account the increase in the first principal voltage for a combined stress state, were analytically shown. A model of the critical state at the apex of an acute stress macro concentrator was described. It was presented as the dependence of the relative stresses of the initiation of destruction $\sigma_н^{bc}/\sigma_{0,2}$ on the concentrator. Possible variations of this model were analyzed. The dependences of relative values $\sigma_H^{bc}/\sigma_{0,2}$ on the theoretical concentration factor $\alpha_T^{bc} = \alpha_T$ were presented. To check the physical adequacy of this model, graphs were constructed

that reflected changes in the relative stress of the external load at a critical state at the stress concentrator apex. The inevitability of bifurcation as a result of the studied processes was validated. Two directions of further development of events were indicated: brittle destruction and loss of stability of the stressed state with the transition to an increase in plastic deformations. The moment of bifurcation was defined as a critical state in the focus of the concentrator.

Discussion and Conclusion. The analysis and calculations performed within the framework of the presented scientific work enabled, in particular, to draw conclusions about the role of key factors of the processes under study. It was established, for example, that the operation of a steel alloy at a high theoretical stress concentration factor depended on the characteristics of the stress state. In a rigid state, it was possible to inhibit shear deformation and the onset of the limiting state at a lower value of the theoretical stress concentration factor. With the usual strength of steel (in comparison to high), a greater impact of the volume of the stress state on the value of the theoretical stress concentration factor was recorded. The probability of failure depended on the resistance of the material to the growth of a macrocrack. In future research, it is possible to refine analytical models and results, evaluate effective stress concentration factors.

Keywords: welded joint, theoretical concentration factor, defects of welded joints, volumetric stress state, stress concentration, yield strength, macrocrack.

Acknowledgements. The authors would like to thank the staff of the Department of Marine Engineering and Transport, FEFU, for their advisory assistance in the research into the topic, as well as to the reviewers for valuable comments on the structure of the manuscript.

For citation. Molokov KA, Novikov VV, Dabalez M. Evaluation of the Occurrence of Initial Failures from Stress Concentrators in Welded Joints and Structural Elements. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(1):41–54. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-41-54

Введение. Статическая и усталостная прочность снижается из-за дефектов сварных соединений. Это могут быть:

– трещины, образовавшиеся во время или после сварки;

– концентраторы напряжений (подрезы, несплавления, поры, сварочные кратеры, высокая чешуйчатость, резкое изменение формы шва, наплывы и др.).

В последнем случае определяющими будут:

– форма, размер концентратора и положение в сварном соединении;

– показатель напряженного состояния в вершине [1].

При циклических нагрузках в сварных соединениях часто возникают и развиваются трещины, спровоцированные концентраторами напряжений [2]. Риск зависит еще и от того, насколько напряженное состояние сварного соединения с концентратором близко к возникновению макротрещины и распространению ее при рабочих σ_H и циклических нагрузках σ_{-1}. Очевидно, что последнее существенно зависит от размеров, формы макродефекта и напряженного состояния в его вершине. Например, продолговатый и узкий макроконцентратор напряжений опаснее, чем округлый. Вероятно, в его вершине сразу образуется трещина, и вместе с ней исходный концентратор будет представлять одну длинную макротрещину [3]. Величина такой «общей» макротрещины может оказаться критической, что снизит статическую прочность [4]. Это зависит от ее длины и механических характеристик материала в вершине исходного концентратора.

Цель исследования — разработка аналитической модели оценки опасного уровня концентрации напряжений. Речь идет об образовании трещины в вершине концентратора, резком снижении несущей способности сварных соединений и деталей конструкций.

Материалы и методы. Научные изыскания в рамках заявленной темы базировались на известных физических моделях и закономерностях поведения материалов. Проанализирована теоретическая и прикладная литература. Из источников извлечены иллюстративные и справочные материалы.

Напряженное состояние исследовалось аналитическими методами. Выявлялась взаимосвязь жесткости напряженного состояния и величины теоретического коэффициента концентрации напряжений. Результаты представлены в виде диаграмм. Такой способ визуализации дает возможность отследить корреляцию опасного уровня внешней нагрузки и теоретического коэффициента концентрации напряжений.

Для проверки результатов расчетов по физической адекватности авторской модели строились графики зависимостей для критического состояния. В работе использованы сведения о широко распространенных конструкционных сталях феррито-перлитного класса в состоянии поставки (сталь 10, 22К, 50, Ст3сп, 37ХН3А, 30ХГСА и др.). Их механические характеристики получены из открытых источников[1] и обобщены в таблице 1. Данные визуализировали в Curve Fitting Toolbox Matlab.

[1] Сергеев Н.Н., Сергеев А.Н. *Механические свойства и внутреннее трение высокопрочных сталей в коррозионных средах*. М., Вологда, 2020. 431 с.

Таблица 1

Характеристики сталей

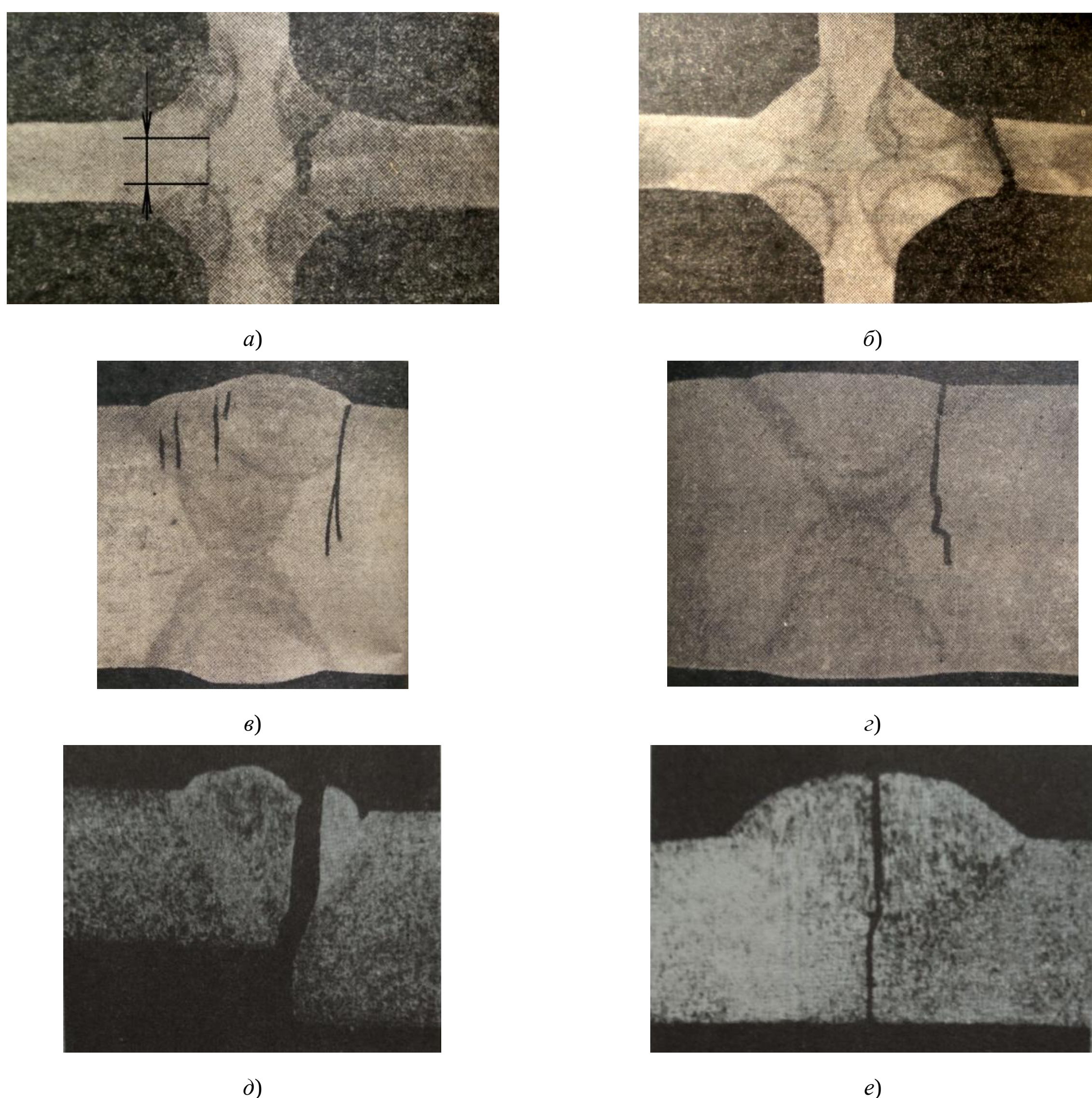
Марка стали	$\sigma_в$, МПа	$\sigma_т$, МПа	*m*	φ_k
10	320	190	0,17	0,73
15Г	410	245	0,148	0,55
Ст3сп	450	270	0,16	0,71
22К	540	310	0,16	0,69
50	680	350	0,16	0,62
10ХСНД	540	390	0,132	0,71
37ХН3А	1014	743	0,12	0,6
30ХГСА	1750	1360	0,09	0,44

Для вывода формул задействовали математический аппарат. При решении нелинейных уравнений использовали пакет прикладных программ Matlab.

Результаты исследования

Характеристика разрушений от концентраторов напряжений в сварных соединениях. С начала 2000-х годов исследуются концентрации напряжений в сварных соединениях и конструкциях применительно к промышленным задачам [2–3, 5–9].

Примеры разрушений сварных соединений из-за концентрации напряжений приведены на рис. 1.



а) *б*) *в*) *г*) *д*) *е*)

Рис. 1. Разрушения крестовых и стыковых соединений[2] от концентраторов напряжений: *а, е* — от зоны непроплавления, без разделки кромок; *б* — от подреза, с разделкой кромок; *в* — от резкого перехода в зоне сплавления; *г* — подрез; *д* — от концентратора, образованного ступенчатым переходом в стыке кромок [10]

[2] Молоков К.А., Новиков В.В., Турмов Г.П. Основы расчетного проектирования сварных конструкций. Владивосток, 2019. Т. 1. 204 с.

Разрушение крестовых соединений с большим непроплавлением кромок (обозначено стрелками на рис. 1 *а*) возможно при нагрузках:

– статических (в результате охрупчивания зоны сплавления);

– циклических (вызывают образование трещин в вершинах концентратора).

В [5] анализируется распределение напряжений для стыковых, угловых, крестовых соединений и прерывистых связей судовых конструкций. В стыковых и крестовых сварных соединениях особое значение имеет область основного металла, примыкающая к сварному шву. Это самое слабое сечение, определяющее прочность соединения при переменных напряжениях. Следует отметить, что швы всегда достаточно длинны по сравнению с толщиной металла и концентратором напряжения (подрезом в стыковом или крестовом соединении). Это препятствует сдвигу в области концентратора и создает двухосное, а чаще многоосное напряженное состояние [11, 12]. При рассмотрении разрушения сварных швов с концентраторами (рис. 1 *а, д, е*) учтем концепцию возникновения пластической деформации в области вершины [5, 7]. Кроме того, отметим, что концентраторы примыкают к зоне сплавления, которая после сварки испытывает продольные остаточные напряжения растяжения. Они влияют на степень жесткости напряженного состояния в очаге концентратора [1, 13–14]. Все это препятствует прохождению сдвига в очаге концентратора и может способствовать возникновению минимальной хрупкой макротрещины при высоком теоретическом коэффициенте концентрации напряжений $\alpha_т$ даже от статической нагрузки.

В [9] описаны показательные разрушения от сварных дефектов в трубопроводах большого диаметра. Установлено, что при длительной эксплуатации (более 20 лет) появляются трещины усталости в подрезах продольных сварных соединений труб. Трещины в подрезах в зоне сплавления, как правило, разветвляются и распространяются по двум направлениям (рис. 2): одна отдаляется от зоны сплавления, другая развивается по зоне сплавления (по шву). Это говорит о существенном влиянии механических, структурных характеристик материала[3] и механохимической неоднородности на процесс распространения начального разрушения [13, 14]. С другой стороны, разветвление трещины может затруднять процесс дальнейшего разрушения и переход трещины в магистральную.

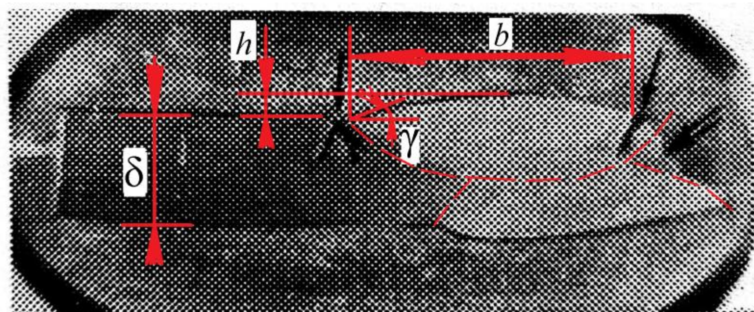


Рис. 2. Разрушение в сварном соединении трубы от концентрации напряжений в зоне сплавления. Сталь 14ХГС. Одинарной стрелкой показаны усталостные трещины; двойной — кромка разрыва трубы; штрихами — очертания сварного шва. Здесь b — ширина шва; h — высота шва; δ — толщина свариваемой детали; γ — угол перехода от основного металла к шву [9]

Теоретический коэффициент концентрации напряжений в зоне сплавления можно определить по формуле, учитывающей эффект концентрации от неплавного перехода в этой зоне [5]:

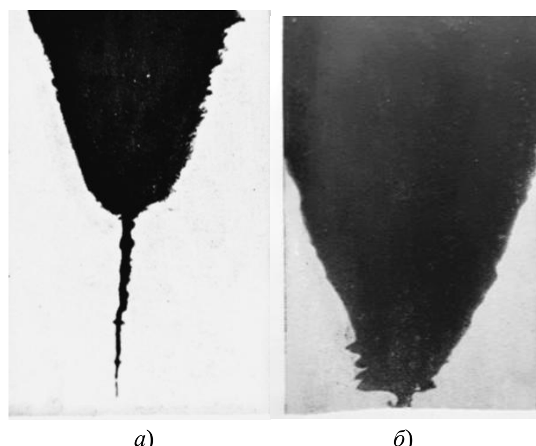
$$\alpha_т = 1 + 1{,}1h\frac{(b/\delta)^2+1}{\delta}\sqrt{h/\ln(90°/\gamma)}, \quad (1)$$

где $\gamma = A[90\exp(-\rho/\rho_0) + B]$ — угол перехода от основного металла к шву; ρ — радиус перехода от основного металла к шву; $\rho_0 = 1$ мм; $A = 0{,}94 \dots 0{,}17$; $B = 0{,}8$; b — ширина шва; h — высота шва; δ — толщина свариваемой детали (рис. 2).

Однако данная зависимость не учитывает измененные механические характеристики материала. В этих зонах обычно присутствуют закалочные структуры, механические характеристики которых могут значительно (до 30 %) отличаться от характеристик шва и основного металла.

Можно косвенно контролировать трещинообразование и напряженное состояние в области вершины концентратора напряжений через коэффициент концентрации их интенсивности. Так, при разрушении образца от усталости, в вершине концентратора образуется одна макротрещина, а в коррозионной среде — группа (рис. 3).

[3] Молоков К. А. *Оценка поврежденности феррито-перлитных сталей в условиях малоциклового нагружения*. В: Наука. Инновации. Техника и технологии: проблемы, достижения и перспективы : сб. тр. конф. Комсомольск-на-Амуре; 2015. С 125-128 URL: https://elibrary.ru/item.asp?id=23752241&selid=46181945 (дата обращения: 31.10.2022).



а) *б*)

Рис. 3. Усталостное разрушение стали 45 от V-образного концентратора напряжений: *а* — на воздухе; *б* — в воде — коррозионной среде. Увеличение в 134 раза[4]

После образования группы макротрещин (рис. 3 *б*) роль макроконцентратора снижается, и дальнейшее развитие разрушения может быть приостановлено либо заторможено. Это подтвердили эксперименты, которые свидетельствуют о росте усталостной прочности в образцах с концентрацией напряжений в коррозионной среде[5]. Такая группа трещин как бы разрыхляет материал, изменяет напряженное состояние над поверхностью и под ней в вершине макроконцентратора, что препятствует образованию лидирующей трещины, способной развиваться далее при меньшем уровне циклических нагрузок.

Рассмотрим ситуацию на поверхности или в толще металла в массивных телах под напряжениями σ_H на бесконечности при плосконапряженном состоянии. В этом случае целесообразно использовать решение Колосова и Инглиса для концентратора эллиптической формы:

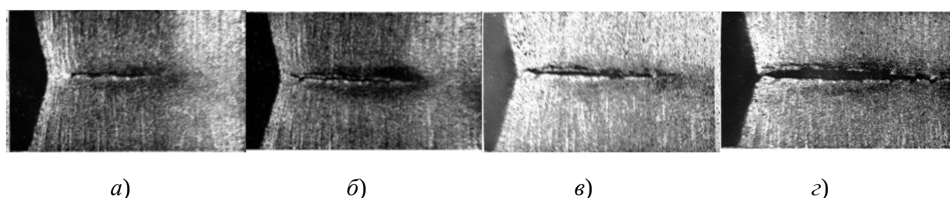
$$\alpha_T = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_H} = 1 + 2\sqrt{a/\rho}, \qquad (2)$$

где ρ и σ_{max} — радиус кривизны и максимальная компонента напряжений на поверхности соответственно, в вершине выреза; a — большая полуось эллипса, или половина наибольшей длины области, перпендикулярной направлению поля внешней нагрузки.

Зависимость (2) хорошо согласовывается с инженерной практикой. В соответствии с принятой концепцией теоретический коэффициент концентрации напряжений у выреза определяется глубиной выреза и радиусом кривизны контура в его вершине, но не зависит от формы контура [15].

Благодаря развитию информационных технологий оценка теоретического коэффициента концентрации напряжений не представляет больших трудностей. Результаты по расчетам концентрации напряжений и деформаций в упругой и упругопластической постановке задачи можно получить средствами конечноэлементного анализа CAE [16–18, 12].

Эксперименты показали, что при определенной концентрации напряжений, внешней статической нагрузке и упругопластической стадии материала в вершине концентратора на некотором расстоянии от поверхности возникала начальная трещина разрушения. Она быстро распространялась к оси, перпендикулярной направлению растяжения пластин с надрезами. Распространение видно на снимках (рис. 4). Процесс зафиксирован в пластинах при плоском напряженном состоянии и при плоской деформации. В последнем случае появление трещины в толще металла под поверхностью выявили с помощью ультразвукового дефектоскопа.



а) *б*) *в*) *г*)

Рис. 4. Зарождение подповерхностной трещины в вершине концентратора при статическом растяжении: *а* — начало возникновения макротрещины; *б, в* —увеличение размера вглубь и к поверхности; *г* — выход трещины на поверхность [19]

[4] Молоков К. А. Оценка поврежденности феррито-перлитных сталей в условиях малоциклового нагружения.
[5] Сергеев Н. Н., Сергеев А. Н. Механические свойства и внутреннее трение высокопрочных сталей в коррозионных средах.

Таким образом, при указанных состояниях и достаточно остром концентраторе напряжений образуется зона многоосного напряженного состояния, в которой возможно нарушение сплошности. Здесь будет выше уровень наступления текучести, а предел прочности в ослабленном месте из-за концентратора может увеличиться до 20–60 % (это зависит от материала) [11].

Концентрация напряжений и условия напряженного состояния. Рассмотрим достаточно острые концентраторы напряжений с теоретическим коэффициентом концентрации $\alpha_т = 5 \ldots 14$ и более. Как правило, в роли таких концентраторов выступают упомянутые выше дефекты. В вершине концентратора напряженное состояние можно рассматривать таким же, как при плоской деформации. В [18] приводятся результаты аналитического решения и экспериментальные данные для острых концентраторов при плоской деформации, устанавливается область допустимых значений $[\alpha_T]$ и радиус в вершине $[\rho]$ для стали 09Г2С. Однако не описано влияние ее механических характеристик. К тому же не ясно, основаны ли аналитические решения на таких исходных параметрах 09Г2С, как коэффициент упрочнения m, предел текучести $\sigma_{0,2}$, предел прочности σ_B, критическое сужение при разрушении φ_k и др. Известно, что пластичность и прочность существенно влияют на уровень допустимой концентрации напряжений и возникновение хрупкого разрушения в вершине.

Для упрочняющихся материалов циклические напряжения в вершине острого концентратора усугубляют возможность возникновения хрупкого разрушения, поэтому за критерий опасности примем такой α_T, при котором вероятно возникновение хрупкого разрушения в условиях статической нагрузки. Повышение максимальных напряжений в зависимости от числа циклов нагружения N задается аппроксимирующей формулой:

$$\sigma_{\max} = \sigma'_{\max} + A \cdot \lg(N), \qquad (3)$$

где $\sigma'_{\max}$ — максимальное напряжение в концентраторе в первом полуцикле; A — коэффициент, зависящий от уровня исходной деформации и коэффициента асимметрии цикла нагружения в вершине концентратора.

Принимаем очевидное допущение, что появление хрупкого разрушения может быть обусловлено следующими причинами:

– усиление интенсивности трехмерного растяжения в непосредственной близости к вершине концентратора;

– увеличение сопротивления пластической деформации материала вблизи вершины как последствие сопротивления сдвигу в острых концентраторах напряжения.

Последнее обстоятельство оказывается тем сильнее, чем выше скорость нагружения и острее концентратор напряжений.

Рассмотрим упругопластическое плоское напряжение в вершине концентратора и упругое состояние в сечении брутто: $\sigma_{max} = \alpha_T \sigma_H \gg \sigma_{0,2}$, $\sigma_H \approx \sigma_{0,2}$ и $\sigma_H < \sigma_{0,2}$. Здесь $\sigma_{0,2}$ — условный предел текучести материала при одноосном растяжении. При $\alpha_т = 7{,}3$ жесткость напряженного состояния близка к состоянию для трещины. Коэффициент безопасности m_{FAD} для трещиноподобного дефекта при плоской деформации незначительно (в переделах 10 %) отличается от $\overline{m_{FAD}}$ для трещины, т. е. для такого состояния, когда имеет место приближенное равенство $m_{FAD} \approx \overline{m_{FAD}}$:

$$\frac{\sqrt{1-(\sigma_0/\sigma_T)^2/\alpha_T^2} \cdot \sqrt{1-\left(\sigma_{0,2}/n_T/\sigma_0\right)^2}}{\sqrt{1-(\sigma_0 n_T/\sigma_T)^2/\alpha_T^2} \cdot \sqrt{1-\left(\sigma_{0,2}/\sigma_0\right)^2}} \approx \frac{\sqrt{1-\left(\sigma_{0,2}/n_T/\sigma_0\right)^2}}{\sqrt{1-\left(\sigma_{0,2}/\sigma_0\right)^2}}. \qquad (4)$$

Здесь n_T — коэффициент запаса по пределу текучести, σ_0 — локальная прочность материала у вершины трещины или острого концентратора.

В [11] термин «локальный предел текучести» применяется к острым концентраторам напряжения, когда примыкающая к вершине область концентратора испытывает сложное напряженное состояние (СНС). Очевидно, что этим термином обозначается напряжение течения материала на контуре концентратора. На поверхности в его вершине будет плоское напряженное состояние, под поверхностью возникнет трехосное СНС. Там резко возрастет жесткость напряженного состояния, поэтому начальное разрушение сплошности образуется на некотором расстоянии от поверхности (рис. 4). Установлено, что начало наступления локальной текучести в зоне концентратора напряжения не совпадает с уровнем, определенным расчетами по критериям прочности, в частности по Мизесу — Губеру — Генки. При увеличении концентрации напряжений возрастает разница между:

– величиной предела текучести $\sigma_{0,2}$, теоретически рассчитанной по этому критерию;

– экспериментально определенной величиной напряжения локального течения материала $\sigma^*_{0,2}$ в области, примыкающей к вершине концентратора.

Результаты экспериментов на плоских образцах разных сталей и сплавов [11, 16] показывают, что отношение $\sigma^*_{0,2}/\sigma_{0,2}$ хорошо аппроксимируется линейной зависимостью от α_T. Тогда условие текучести можно записать в виде:

$$\sigma_i = \sigma_{0,2}(0{,}9 + 0{,}1\alpha_т), \qquad (5)$$

где σ_i — интенсивность напряжений по Мизесу.

Авторы ограничились экспериментальными исследованиями до значений $\alpha_T = 10$, и испытания проводились только на плоских образцах с центрально расположенными концентраторами. При плоской деформации жесткость напряженного состояния оказывается несколько выше. Поэтому логично предположить, что текучесть при некоторых значениях α_T наступала бы не раньше, чем при плоском напряженном состоянии. И вполне вероятно, что наклон прямой по уравнению (5) мог быть несколько иным [11]. Тем не менее, остановимся на этой зависимости.

Для момента начала текучести предположим, что с переходом от упругих деформаций к упругопластическим не меняется отношение второго и третьего главного напряжения к первому $\sigma_1 = \sigma_{\max}$. Это доказано экспериментально.

Приравняем к (5) интенсивность напряжений начала текучести по Мизесу согласно четвертой (энергетической) теории прочности и введем коэффициенты отношений между главными напряжениями при плоской деформации: $\sigma_1 = \sigma_i/D$; $\sigma_2 = q\sigma_1$; $\sigma_3 = \mu_T(1+q)\sigma_1$ [15]. Здесь $\mu_T = 0{,}5$ — коэффициент Пуассона в пластической области, а D — коэффициент перенапряжения, учитывающий повышение первого главного напряжения в случае СНС. У полученного относительно q уравнения два решения. Первое — для растягивающей σ_2 компоненты, второе — для сжимающей. Растягивающая компонента σ_2 увеличивает жесткость напряженного состояния в случае СНС. После преобразований и сокращений можем выразить ее так:

$$q = 1 - \frac{\sqrt{3}\sigma_{0,2}}{15\sigma_H}\left(1 + \frac{9}{\alpha_T}\right). \qquad (6)$$

Для предельного случая $\sigma_H = \sigma_{0,2}$ можно пренебречь изменением радиуса в вершине концентратора и наступлением некоторой начальной глобальной текучести для сечения нетто. Тогда единственное значение α_T, удовлетворяющее жесткости эквивалентного трещине напряженного состояния, равно 7,3. Это подтверждает полученное ранее примерное равенство (4). Для других значений, как видно из (6), пропорциональность q будет меняться в зависимости от значения α_T и σ_H.

Для трещины коэффициент D определяется из условия равновесия в упругопластической области и вычисляется для плоской деформации по формуле:

$$D = \frac{(1+m)(1-2\mu)}{2}, \qquad (7)$$

где m — коэффициент степенного упрочнения; μ — коэффициент Пуассона в упругой области.

Данный коэффициент для феррито-перлитных сталей принимает значения от 0,22 до 0,26.

Множитель перед D в формуле $q = 1 - 2D/\sqrt{3}$ для трещины составляет 1,156, а q для феррито-перлитных сталей — 0,73. Действительно, при подстановке $\alpha_T = 7{,}3$ (6) при $\sigma_H = \sigma_{0,2}$, получаем $q \cong 0{,}73$. Далее найдем α_T, если $\sigma_{0,2}/\sigma_H > 1$, при котором реализуется такое же напряженное состояние, как при $\alpha_T = 7{,}3$ и $\sigma_{0,2}/\sigma_H \to 1$.

В [20] исследовано влияние α_T на эффективный коэффициент концентрации напряжений $K_э$, а для типичного алюминиевого сплава показано, что в диапазоне α_T от 7 до 13 наблюдается глобальный экстремум значения $K_э$. Вполне вероятно, что такое существенное максимальное значение может свидетельствовать о хрупком разрушении на начальных этапах циклического нагружения или несплошности в вершине концентратора. В данном случае ресурс будет зависеть только от дальнейшей способности материала препятствовать распространению макротрещины.

Модель критического состояния в вершине острого макроконцентратора напряжений. Практически все дефекты сварного соединения трубопроводов, корпусных судовых конструкций и др. создают концентрацию напряжений. В [9] представлена аналитическая модель, разработанная на базе понятия «локальный коэффициент концентрации напряжений». Кроме того, получена простая зависимость на основе формулы Нейбера, связывающей теоретический обобщенный коэффициент концентрации и коэффициенты концентрации интенсивности упругих напряжений и деформаций. В итоге для критической величины пластичности в очаге концентратора получена следующая зависимость:

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_B \alpha_C^{2/(1+m)}}{E}, \qquad (8)$$

где α_c — критическое значение теоретического коэффициента концентрации напряжений; σ_B — условный предел прочности; E — модуль упругости; m — показатель степенного упрочнения.

Зависимость (8) дает такие высокие значения, которые редко встречаются на практике. Например, при критической логарифмической деформации для стали 50 критический коэффициент концентрации — 26, а для высокопрочной стали 37ХН3А с $\sigma_B = 1014$ МПа — более 18. Можно заключить, что такая пластичность до нарушения сплошности в первых циклах нагружения недостижима. Это не удивительно, так как известно, что величина предельной пластичности для образцов с концентраторами напряжений существенно ниже, чем для

образцов без концентрации напряжений. Кроме того, ε_c должно определяться не только свойствами материала, но и условиями развития пластической деформации перед разрушением. Похожие результаты дает зависимость, используемая в [9]:

$$\alpha_T = \frac{\sqrt{E \cdot \varepsilon_{разр} \cdot \sigma_{разр}}}{\sigma_H}. \quad (9)$$

С. А. Куркин использовал ее для сравнительной оценки чувствительности материала к концентрации напряжений. Здесь α_T характеризует концентратор, в котором трещина возникает при конкретной нагрузке σ_H. Далее будем использовать для этого случая понятие «наиболее вероятное зарождение макротрещины в концентраторе» (born crack) α_T^{bc}. Истинные деформацию и напряжение в момент возникновения несплошности в вершине концентратора обозначим соответственно $\varepsilon_{разр}$ и $\sigma_{разр}$. Их можно определять по общепринятым формулам $\varepsilon_{разр} \cong \varepsilon_{кр} = \ln[1/(1-\varphi_к)]$ и $\sigma_{разр} \cong S_{отр} = \sigma_в(1+1{,}4\varphi_к)$. Здесь $S_{отр}$ — истинные напряжения разрушения при одноосном напряженном состоянии. Учтем, что текучесть в концентраторе наступает согласно (5). Заменим $\sigma_H = \sigma_{0,2}$ и $\sigma_{0,2}$ на $\sigma_{0,2}^*$. В итоге получим для критических состояний ($\alpha_T = \alpha_T^{bc}$) относительные напряжения зарождения разрушения $\sigma_н^{bc}/\sigma_{0,2}$ от концентратора:

$$\frac{\sigma_H^{bc}}{\sigma_{0,2}} = \frac{\sqrt{E \cdot \varepsilon_{разр} \cdot \sigma_{разр}}}{\alpha_T^{bc}(0{,}9+0{,}1\alpha_T^{bc})\sigma_{0,2}}. \quad (10)$$

Отметим, что при очень малом радиусе вершины концентратора ($\rho < 10d_z$, где d_z — средний диаметр зерна) распространение трещины ограничивается при неизменном α_T. Как показано в [6], это зависит от d_z стали. Формулы (8) и (9) привлекательны для инженера тем, что позволяют сравнивать чувствительность материалов к концентрации напряжений и использовать исходные данные механических характеристик стали.

Можно получить несколько иную модель, учитывающую СНС в области вершины макроконцентратора. Автор [12] использует силовой критерий хрупкого разрушения в материале конструкции $\sigma_1 > S_{отр}$, где $S_{отр}$ — напряжение нормального отрыва в приближении к одноосному напряженному состоянию. Важно, что данная характеристика материала не зависит от температуры его испытания. Используем этот критерий несколько иначе — для момента возникновения несплошности в области вершины концентратора напряжений. Полагаем, что $S_{отр}$ достижимо в случае постоянства энергетического равенства при СНС и одноосном напряженном состоянии, т. е. при потере пластической устойчивости и переходе от объемного напряженного состояния (когда σ_i мало) к одноосному напряженному состоянию с неизбежным возрастанием деформаций.

Используем степенную аппроксимацию диаграммы деформирования в рамках деформационной теории пластичности. Приравняем истинные напряжения σ_i диаграммы деформирования в функции упругого решения задачи $\sigma_i = F(\sigma_i^{(y)})$ к $S_{отр}$. В результате получим:

$$\sigma_i = \sqrt[\frac{1}{m}+1]{\sigma_{0,2}^{\frac{1}{m}-1}\left(\sigma_i^{(y)}\right)^2} = S_{отр} = \sigma_B(1+1{,}4\varphi_K), \quad (11)$$

где $\sigma_i^{(y)}$ — одноосные напряжения при упругом решении задачи.

Записывая (11) относительно $\sigma_i^{(y)}$, получим выражение для упругого решения задачи о концентрации напряжений с другой стороны: $\sigma_i^{(y)} = \alpha_T \cdot \sigma_H$. Таким образом:

$$\alpha_T \cdot \sigma_H = \sqrt{\frac{[\sigma_B(1+1{,}4\varphi_K)]^{\frac{1}{m}+1}}{\sigma_{0,2}^{\frac{1}{m}-1}}}. \quad (12)$$

Здесь σ_H — номинальная рабочая нагрузка на сварное соединение. В жестких точках сварных конструкций, соединений или при перегрузках она может достигать значения предела текучести материала. Представим частный случай в условиях циклического нагружения с упрочнением материала для момента образования несплошности born crack — зарождения разрушения. После преобразований (12) запишем упрощенную формулу:

$$\alpha_T^{bc} = \left[\frac{\sigma_B(1+1{,}4\varphi_K)}{\sigma_{0,2}^*}\right]^{\frac{1+m}{2m}}, \quad (13)$$

где α_T^{bc} — значение теоретического коэффициента концентрации напряжений, при котором происходит зарождение разрушения в области вершины макроконцентратора; $\sigma_{0,2}^*$ — предел текучести материала в вершине концентратора, который может повышаться согласно (5) в случае СНС.

В момент равенства $\alpha_T = \alpha_T^{bc}$ номинальные напряжения должны быть эквиваленты напряжениям зарождения (разрушения) σ_H^{bc}. Для этой ситуации можно записать в относительных значениях $\sigma_H^{bc}/\sigma_{0,2}$ и построить зависимости относительных значений напряжений образования разрушения от теоретического коэффициента концентрации $\alpha_T^{bc} = \alpha_T$:

$$\sigma_H^{bc} = \frac{2\cdot\left(\alpha_T^{bc}\right)^{\frac{-2m}{m+1}}\cdot\sigma_B\cdot(7\varphi_K+5)}{\alpha_T^{bc}+9}. \quad (14)$$

К сожалению, не представляется возможным записать (14) относительно α_T^{bc} при $\sigma_H^{bc}/\sigma_{0,2} = 1$. Однако α_T^{bc} можно найти численно для конкретной нагрузки σ_H^{bc} или построить диаграммы опасности возникновения несплошностей в виде макротрещины в очаге концентратора.

Аналитически получены зависимости для расчета критических теоретических коэффициентов концентрации напряжений, связанных с механическими характеристиками материала и заданной внешней статической нагрузкой при условии возникновения объемного напряженного состояния для концентраторов в сварных соединениях. Показано, что объемность напряженного состояния в очаге концентратора существенно влияет на величину критического теоретического коэффициента концентрации напряжений. Установлено, что сложное напряженное состояние в очаге концентратора может контролироваться геометрическими характеристиками самого концентратора и его расположением относительно внешнего поля напряжений.

Экспериментальные данные сталей (таблица 1) получены из литературных источников. Это феррито-перлитные материалы, для которых формула (14) показала хорошее согласование. Зависимость (14) привлекательна тем, что в качестве исходных данных используются стандартные механические характеристики. Ее также можно применить для оценки опасности дефектов в зоне сплавления (рис. 1,2), где образуются закалочные структуры, свойства которых значительно отличаются от исходных характеристик свариваемой стали.

Решения по (9) и (14) применяются чаще для самых хрупких сталей при невысоких α_T^{bc}. Однако в области высокой концентрации напряжений критические отношения $\sigma_H^{bc}/\sigma_{0,2}$ для разных сталей будут весьма близки по значениям. Это можно объяснить тем, что при СНС в области вершины для всех сталей создается напряженное состояние, подобное опасному случаю. В области же малых концентраций напряжений решения по модели (9) показывают более высокие критические значения напряжений σ_H^{bc}. Отметим, что среднее значение α_T^{bc} при $\sigma_H^{bc} \approx \sigma_{0,2}$ составляет ~8,5. Для разных по механическим характеристикам сталей оно меняется не так значительно, как по расчетным результатам модели (9).

Рис. 5 построен для проверки результатов расчетов по физической адекватности модели (14). Это графики зависимостей критического состояния $\sigma_H^{bc}/\sigma_{0,2}$ от α_T^{bc}.

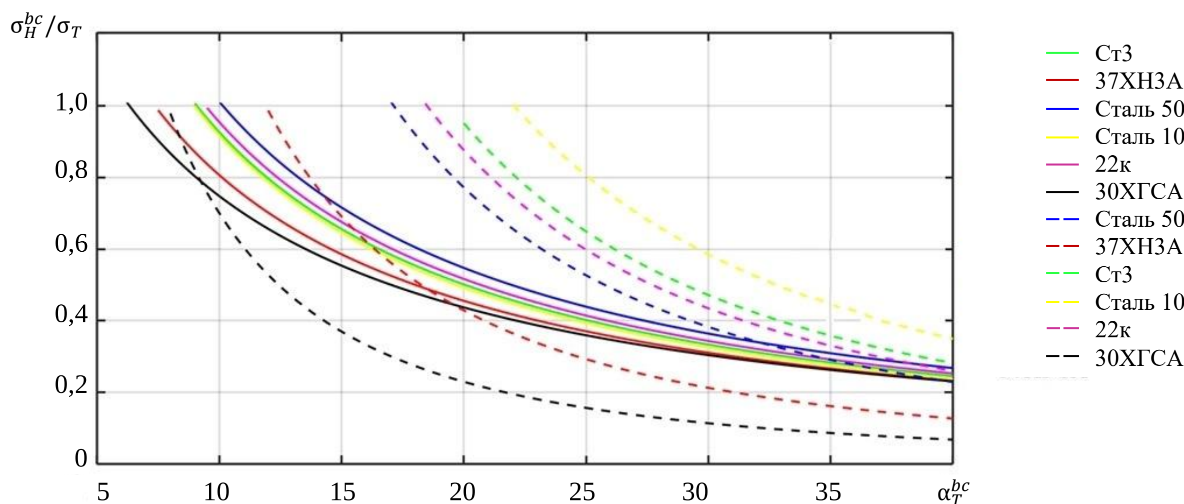


Рис. 5. Зависимости изменения относительного напряжения внешней нагрузки $\sigma_H^{bc}/\sigma_{0,2}$ от α_T^{bc} для критического состояния в вершине концентратора напряжений. Сплошные кривые рассчитаны по формуле 14; пунктирные — формула (10)

Модель (9), не учитывающая объемность и повышение напряжений текучести в вершине концентратора, для стали 10 дает $\alpha_T^{bc} = 91$ при напряжениях $\sigma_H^{bc} = 0{,}5\sigma_{0,2}$, что маловероятно. Если учитывать объемность в этой модели, то $\alpha_T^{bc} = 33$, что существенно меньше. При учете объемности напряженного состояния критическая пластическая деформация снижается до возникновения разрушения при статическом растяжении образцов. Это подтвердили эксперименты с различными сталями и сплавами[6]. Более того, на корродированных образцах исследователи получали меньшую пластичность сталей. При этом было показано, что в вершинах создается объемное напряженное состояние, и объемность препятствует свободному протеканию пластичности. Пластичность до разрушения этих образцов составляла ~40 %, а предел текучести повышался до 27 % [21]. Можно заключить, что более глубокие концентраторы обусловливают большее повышение предела текучести.

[6] Кроха В.А. Упрочнение металлов при холодной пластической деформации. Москва; 1980. 157 с.

Результаты косвенных опытов позволяют утверждать, что при гидростатической нагрузке текучесть не фиксируется, в этом случае материал разрушается только хрупко. Однако в очаге концентратора при увеличении внешней нагрузки объемное напряженное состояние не может оставаться достаточно стабильным для развития более высокого уровня объемности. Поэтому бифуркация неизбежна. Далее развитие может пойти по двум направлениям:

– хрупкое разрушение или его зачатки в очаге;

– потеря устойчивости напряженного состояния и, как следствие, переход к резкому возрастанию пластических деформаций.

Вероятно, момент бифуркации следует считать критическим состоянием в очаге концентратора. Возможно, этот момент значительно зависит от глубины концентратора, его относительной длины и глубины к толщине детали, ориентации к внешнему полю напряжений, а также от механических характеристик и протяженности очага концентратора. Все это требует дополнительных исследований и более точных решений.

Обсуждение и заключения. Дефекты и конструктивные особенности сварных соединений (форма разделки кромок, непроплавление, подрезы, поры, закалочные структуры и др.) снижают статическую и усталостную прочность. Для сварных соединений типичны концентраторы напряжений, имеющие длинную и неглубокую форму по отношению к толщине соединяемых деталей (подрезы) или длинную и глубокую (непроплавления и др.). Все они снижают усталостную прочность. Аналитические модели, полученные в представленной работе, позволяют сделать ряд заключений.

1. Работа материала при высоких значениях теоретического коэффициента концентрации напряжений зависит от напряженного состояния и его жесткости, а также от механических и структурных характеристик. Последние могут отличаться от параметров исходного материала, так как вершины концентраторов могут находиться в зонах сплавления сварных соединений.

2. Жесткое напряженное состояние в очаге концентратора напряжений может привести к повышению предела текучести. В этом случае прохождение сдвиговой деформации сдерживается, а наступление предельного состояния достигается при меньшем значении теоретического коэффициента концентрации напряжений и характеризуется несплошностью при постоянном значении внешней нагрузки.

3. Сравнение высокопрочных сталей с пластичными и сталями обычной прочности при одном и том же уровне $\sigma_H^{bc}/\sigma_{0,2}$ дает следующие результаты. Во втором случае образование объемности напряженного состояния будет более существенно сказываться на изменении критического значения теоретического коэффициента концентрации напряжений, при котором происходит зарождение разрушения в области вершины макроконцентратора α_T^{bc} (рис. 5).

4. Сравнение моделе (14) и (10) позволяет сделать определенный вывод. С учетом жесткости напряженного состояния и повышения предела текучести при $\sigma_H^{bc}/\sigma_{0,2} \to 1$ снизу (10) дает оценку α_T^{bc} с запасом по прочности, если речь идет о $\sigma_H^{bc}/\sigma_{0,2} = 0{,}8$ (30ХГСА). Для менее прочной стали (14) запас по прочности при $\sigma_H^{bc}/\sigma_{0,2} = 0{,}5$ (37ХН3А) и т. д. Таким образом, предпочтительнее учитывать объемность и использовать модель (14).

5. Зависимости на диаграмме теоретических коэффициентов напряжений более плотно сгруппированы в (14), чем в (10) из-за очень похожих напряженных состояний в области вершин острых концентраторов напряжений. Поэтому механические характеристики сталей оказывают второстепенное влияние на α_T^{bc}.

6. При увеличении теоретического коэффициента концентрации напряжений и уменьшении α_T^{bc} при одном уровне $\sigma_H^{bc}/\sigma_{0,2}$ внешней нагрузки снижается влияние структурного фактора в стали на возникновение начального разрушения (образование несплошности). Однако для дальнейшего разрушения существенное значение будет иметь сопротивляемость материала росту макротрещины. После ее возникновения срабатывают другие критерии механики и кинетики разрушения.

Представленное исследование может служить предпосылкой к разработке аналитических моделей для оценки остаточного ресурса сварных соединений и конструкций, подверженных действию циклических нагрузок. Дальнейшие изыскания, предположительно, уточнят аналитические модели. Авторы проверят и апробируют результаты путем моделирования средствами CAE и перейдут к оценке эффективных коэффициентов концентрации напряжений.

Список литературы

1. Молоков К.А., Новиков В.В., Турмов Г.П. и др. Оценка надежности судовых конструкций с микротрещинами и остаточными сварочными напряжениями. *Морские интеллектуальные технологии.* 2018;1(3):45–54.

2. Новиков В.В., Турмов Г.П., Суров О.Э. и др. *Повреждения и расчетный анализ прочности корабельных конструкций.* Владивосток: Дальневосточный федеральный университет; 2020. 266 с.

3. Ерофеев В.В., Игнатьев А.Г., Олейник Н.И. и др. Математическая модель для оценки коэффициентов концентрации напряжений в сварных тавровых соединениях. *Информационные технологии. Проблемы и решения*. 2021;(4):28–36.

4. Молоков К.А., Сахарова А.В., Михалев М.В. Оценка пределов выносливости сварных соединений по критерию распространяющихся трещин. *Вестник Инженерной школы Дальневосточного федерального университета.* 2017;30(1):42–51. https://doi.org/10.5281/zenodo.399005

5. Казанов Г.Т., Новиков В.В., Турмов Г.П. *Концентрация напряжений и другие особенности напряженного состояния судовых корпусных конструкций.* Владивосток: Дальневосточный федеральный университет; 2014. 178 с.

6. Молоков К.А., Новиков В.В., Турмов Г.П. и др. *Математические модели оценки эксплуатационного ресурса и работоспособности судовых сварных конструкций.* Владивосток: Дальневосточный федеральный университет; 2021. 240 с.

7. Емельянов О.В., Шаповалов Э.Л., Гаврилов В.Б. Уровень концентрации упругих напряжений в стыковых сварных соединениях в зависимости от конструктивных. *БСТ: Бюллетень строительной техники.* 2017;11:26–28.

8. Махутов Н.А., Албагачиев А.Ю., Алексеевна С.И. и др. *Прочность, ресурс, живучесть и безопасность машин.* Москва: Либроком; 2008. 576 с.

9. Ямалеев К.М., Гумерова Л.Р. *Структурные аспекты разрушения металла нефтепроводов.* Уфа: Гилем; 2011. 144. с.

10. Хажинский Г.М. *Деформирование. Разрушение. Надежность: Задачи деформирования и разрушения стали. Методы оценки прочности энергетического оборудования и трубопроводов.* Москва: Ленанд; 2014. 544 с.

11. Ларионов В.П., Филиппов В.В. *Хладостойкость материалов и элементов конструкций: результаты и перспективы.* Новосибирск: Наука; 2005. 290 с.

12. Крыжевич Г.Б. Методы расчета предельной и усталостной прочности конструкций морской техники в низкотемпературных условиях. *Труды Крыловского государственного научного центра.* 2019;2:41–54. http://doi.org/10.24937/2542-2324-2019-2-388-41-54

13. Смирнов А.Н., Муравьев В.В., Абабков Н.В. *Разрушение и диагностика металлов.* Москва: Инновационное машиностроение; 2016. 479 с.

14. Негода Е.Н. Усталость сварных соединений труб большого диаметра. *Вестник инженерной школы Дальневосточного федерального университета.* 2015;4:62–74.

15. Матохин Г.В., Горбачев К.П. *Инженеру о сопротивлении материалов разрушению.* Владивосток: Дальнаука; 2010. 281. с.

16. Митенков Ф.М., Волков И.А., Игумнов Л.А. и др. *Прикладная теория пластичности*. Москва: Физматлит; 2015. 284 с.

17. Левин В.А., Вершинин А.В. *Нелинейная вычислительная механика прочности. Т. 2. Численные методы.* Москва: Физматлит; 2015. 544 с.

18. Матвиенко Ю.Г. *Двухпараметрическая механика разрушения.* Москва: Физматлит; 2021. 208 с.

19. Панферов В.М. Концентрация напряжений при упругопластических деформациях. *Известия академии наук СССР. Отделение технических наук. Механика и машиностроение*. 1954;(4):47–65.

20. Бьюи Х.Д. *Механика разрушения: обратные задачи и решения*. Москва: Физмалит; 2011. 412 с.

21. Петрова Н.Е., Баева Л.С. Биокоррозия корпусов судов. *Вестник МГТУ. Труды Мурманского государственного технического университета*. 2006;9(5):890–892.

References

1. Molokov KA, Novikov VV, Turmov GP, et al. Estimation of Reliability of Ship Structures with Microcracks and Residual Welding Stresses. *Marine Intellectual Technologies*. 2018;41:45–54.

2. Novikov VV, Turmov GP, Surov OE, et al. *Povrezhdeniya i raschetnyi analiz prochnosti korabel'nykh konstruktsii*. Vladivostok: Far Eastern Federal University; 2020. 266 p. (In Russ.)

3. Erofeev VV, Ignatiev AG, Oleinik NI, et al. Mathematical Model for Assessing Stress Concentration Factors in T-Shaped Welded Joints. *Information Technology*. 2021;17:28–36.

4. Molokov K, Sakharova A, Mikhalev M. Crack Propagation-Based Assessment of the Endurance Limits of Welded Joints. *FEFU: School of Engineering Bulletin*. 2017;30:42–51. https://doi.org/10.5281/zenodo.399005

5. Kazanov GT, Novikov VV, Turmov GP. *Kontsentratsiya napryazhenii i drugie osobennosti napryazhennogo sostoyaniya sudovykh korpusnykh konstruktsii*. Vladivostok: Far Eastern Federal University; 2014. 178 p. (In Russ.)

6. Molokov KA, Novikov VV, Turmov GP, et al. *Matematicheskie modeli otsenki ehkspluatatsionnogo resursa i rabotosposobnosti sudovykh svarnykh konstruktsii*. Vladivostok: Far Eastern Federal University; 2021. 240 p. (In Russ.)

7. Emelianov OV, Shapovalov EL, Gavrilov VB. The Level of Concentration of Elastic Stresses in Butt Welded Connections Depending on Design Parameters. *BST: Byulleten' stroitel'noi tekhniki*. 2017;999:26–28.

8. Makhutov NA, Albagachiev AYu, Alekseeva SI, et al. *Prochnost', resurs, zhivuchest' i bezopasnost' mashin*. Moscow: Librokom; 2008. 576 p. (In Russ.)

9. Yamaleev KM, Gumerova LR. *Strukturnye aspekty razrusheniya metalla nefteprovodov*. Ufa: Gilem; 2011. 144 p. (In Russ.)

10. Khazhinskiy GM. *Deformirovanie. Razrushenie. Nadezhnost': Zadachi deformirovaniya i razrusheniya stali. Metody otsenki prochnosti ehnergeticheskogo oborudovaniya i truboprovodov*. Moscow: Lenand; 2014. 544 p. (In Russ.)

11. Larionov VP, Filippov VV. *Khladostoikost' materialov i ehlementov konstruktsii: rezul'taty i perspektivy*. Novosibirsk: Nauka; 2005. 290 p. (In Russ.)

12. Kryzhevich GB. Limit and Fatigue Strength Calculation Methods for Arctic Marine Structures. *Transactions of the Krylov State Research Centre*. 2019;388:41–54. http://doi.org/10.24937/2542-2324-2019-2-388-41-54.

13. Smirnov AN, Muravyev VV, Ababkov NV. *Razrushenie i diagnostika metallov*. Moscow: Innovatsionnoe mashinostroenie; 2016. 479 p. (In Russ.)

14. Negoda EN. Fatigue of Welded Joints of Large Diameter Pipes. *FEFU: School of Engineering Bulletin*. 2015;25:62–74.

15. Matokhin GV, Gorbachev KP. *Inzheneru o soprotivlenii materialov razrusheniyu*. Vladivostok: Dal'nauka; 2010. 281 p. (In Russ.)

16. Mitenkov FM, Volkov IA, Igumnov LA, et al. *Prikladnaya teoriya plastichnosti*. Moscow: Fizmatlit; 2015. 284 p. (In Russ.)

17. Levin VA, Vershinin AV. Nelineinaya vychislitel'naya mekhanika prochnosti. Vol. 2. *Chislennye metody*. Moscow: Fizmatlit; 2015. 544 p. (In Russ.)

18. Matvienko YuG. *Dvukhparametricheskaya mekhanika razrusheniya*. Moscow: Fizmatlit; 2021. 208 p. (In Russ.)

19. Panferov VM. Kontsentratsiya napryazhenii pri uprugoplasticheskikh deformatsiyakh. *Izvestiya akademii nauk SSSR. Otdelenie tekhnicheskikh nauk. Mekhanika i mashinostroenie*. 1954;4:47–65. (In Russ.)

20. Huy Duong Bui. *Fracture Mechanics: Inverse Problems and Solutions*. Moscow: Fizmatlit; 2011. 412 p. (In Russ.)

21. Petrova NE, Baeva LS. Biokorroziya korpusov sudov. *Vestnik of MSTU. Proceedings of MSTU*. 2006;9:890–892. (In Russ.)

Об авторах:

Молоков Константин Александрович, доцент Департамента промышленной безопасности, Политехнический институт Дальневосточного федерального университета (690091, РФ, г. Владивосток, ул. Суханова, 8), доцент кафедры «Информационные технологии и системы» Владивостокского государственного университета (690014, РФ, г. Владивосток, ул. Гоголя, 41), кандидат технических наук, ScopusID, ORCID, Spektrum011277@gmail.com

Новиков Валерий Васильевич, доцент Департамента морской техники и транспорта, Политехнический институт Дальневосточного федерального университета (690091, РФ, Владивосток, ул. Суханова, 8), кандидат технических наук, ScopusID, ORCID

Дабалез Мохаммад, магистрант Департамента промышленной безопасности, Политехнический институт, Дальневосточного федерального университета (690091, РФ, Владивосток, ул. Суханова, 8), ORCID, dabalez.mo@students.dvfu.ru

Заявленный вклад соавторов

К.А. Молоков — формирование основной концепции, цели и задачи исследования, проведение расчетов, начальная версия основного текста, формулирование выводов. В.В. Новиков — научное руководство, анализ результатов исследований, доработка выводов и основного текста. М. Дабалез — работа с источниками, оформление графических материалов.

Поступила в редакцию 30.12.2022.
Поступила после рецензирования 16.01.2023.
Принята к публикации 18.01.2023.

Конфликт интересов
Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Konstantin A Molokov, associate professor of the Department of Industrial Safety, Polytechnic Institute, Far Eastern Federal University (8, Sukhanova St., Vladivostok, 690091, RF), associate professor of the Information Technologies and Systems, Vladivostok State University (41, Gogoleva St., Vladivostok, 690014, RF), Cand.Sci. (Eng.), ScopusID, ORCID, Spektrum011277@gmail.com

Valery V Novikov, associate professor of the Department of Marine Engineering and Transport, Polytechnic Institute, Far Eastern Federal University (8, Sukhanova St., Vladivostok, 690091, RF), Cand.Sci. (Eng.), ScopusID, ORCID

Mohammad Dabalez, graduate student of the Department of Industrial Safety, Polytechnic Institute, Far Eastern Federal University (8, Sukhanova St., Vladivostok, 690091, RF), ORCID, dabalez.mo@students.dvfu.ru

Claimed contributorship:

KA Molokov: basic concept formulation; research objectives and tasks; computational analysis; initial version of the body text; formulation of conclusions. VV Novikov: academic advising; analysis of research results; revision of conclusions and the body text. M Dabalez: work with sources; design of graphic materials.

Received 30.12.2022.
Revised 16.01.2023.
Accepted 18.01.2023.

Conflict of interest statement
The authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE







УДК 673.7
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-55-65

Научная статья



Устойчивость полиэтилена к нефти и сопутствующей воде

И.Р. Антибас
Донской государственный технический университет, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1
✉ Imad.antypas@mail.ru

Аннотация

Введение. Полиэтилен является наиболее широко применяемым материалом в различных областях народного хозяйства, а изделия из него обладают существенными достоинствами, такими как лёгкость, нерастворимость в органических растворах при вполне удовлетворительной прочности. Однако механизм его разрушения достаточно сложен и зависит от условий работы и контактирующих с ним веществ. Цель исследований заключалась в изучении устойчивости полиэтилена к нефти и сопутствующей воде при статическом и динамическом режиме и комнатной температуре.

Материалы и методы. Исследования проводились на лабораторном устройстве для пропускания различных жидкостей (нефть, сопутствующая и дистиллированная вода) в полиэтиленовых трубах, собранном авторами статьи. При работе были применены методы статистической и динамической обработки данных.

Результаты исследования. Графики изменения веса и объёма погруженных гранул во времени, построенные по результатам проведенных экспериментов, показали, что для полиэтилена характерна квадратичная зависимость и диффузия для трех исследуемых в данной работе жидкостей (дистиллированная вода, сопутствующая вода и нефть) описывается законом Фика. Это указывает на тот факт, что скорость диффузии жидкости через полиэтилен является наиболее важным фактором.

Обсуждение и заключения. Эксперименты и полученные результаты показали, что скорость диффузии жидкости через полиэтилен является наиболее важным фактором. Погружение в нефть оказывает большее влияние, чем погружение в сопутствующую или дистиллированную воду из-за присутствия солей. Было обнаружено, что относительное изменение веса и толщины стенок полиэтиленовых труб, по которым проходит нефть, больше тех, по которым проходит сопутствующая вода, а микроскопические изображения срезов в образцах до и после испытаний подтвердили полученные результаты.

Ключевые слова: полиэтилен, сопутствующая вода, твердые материалы, соли, дистиллированная вода.

Благодарности. Автор выражает признательность рецензентам и редакции журнала за ценные замечания.

Для цитирования. Антибас И.Р. Использование метода конечных элементов для моделирования резервуара высокого давления из полимера, армированного углеродным волокном. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(1):55–65. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-55-65

Original article

Polyethylene Resistance to Oil and Associated Water

Imad Rizakalla Antipas
Don State Technical University, 1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, Russian Federation
✉ Imad.antypas@mail.ru

Abstract
Introduction. Polyethylene is the most widely used material in various fields of the national economy, and products made of it have essential advantages, such as lightness, insolubility in organic solutions with quite satisfactory strength. However, the mechanism of its destruction is quite complex and depends on the working conditions and substances, which are in contact with it. The research purpose was to study the polyethylene resistance to oil and associated water under the static and dynamic conditions and at room temperature.
Methods and Materials. The research was carried out on a laboratory device for passing various liquids (oil, associated and distilled water) in polyethylene pipes, assembled by the author of the article. While working, methods of statistical and dynamic data processing were applied.
Results. Based on the results of previous experiments, graphs were plotted for the change in the weight and volume of immersed granules over time. They have shown that polyethylene has a quadratic dependence, and diffusion for the three liquids studied in this work (distilled water, accompanying water and oil) is described by Fick's law. This indicates the fact that the rate of liquid diffusion through polyethylene is the key factor.
Discussion and Conclusions. The obtained results have shown that the rate of liquid diffusion through polyethylene is the key factor. Immersion in oil has a greater impact than immersion in associated or distilled water due to the presence of salts. It has been found out that the relative change in the weight and thickness of the polyethylene pipe walls through which oil passes is greater than those through which the associated water passes. Moreover, the microscopic cross sections images in the samples before and after the tests have confirmed the obtained results.

Keywords: Polyethylene, associated water, solid materials, salts, distilled water.

Acknowledgements. The author would like to thank the reviewers and the editorial board of the journal for valuable comments.

For citation. Antypas IR. Polyethylene Resistance to Oil and Associated Water. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(1):55–65. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-55-65

Введение. Полиэтилен является одним из основных элементов семейства олефинов, который обычно характеризуется воскообразным внешним видом, химической инертностью и ухудшением физических свойств при высоких температурах.

Поскольку полиэтилен является частично кристаллизованным материалом и не вступает в побочные химические реакции с какими-либо жидкостями, он не имеет растворителей при температуре окружающей среды и водопоглощение сравнительно невелико.

Полиэтилен не растворяется в органических растворах, но он расширяется при температуре более 70 °C и может растворяться в гранулированных ароматических углеводородах, не подвержен влиянию нефти, жиров, керосина и других углеводородов, полученных из нефти. Он также устойчив к водным растворам кислот, солей и щелочей [1–5].

Полиэтилен окисляется азотной кислотой, что приводит к ухудшению характеристик, получаемых из него продуктов. Окисление происходит под воздействием ультрафиолетовых лучей при температуре окружающей среды, вызывая хрупкость и ухудшение механических и теплоизоляционных свойств [6–8]. Научный интерес представляет изучение взаимодействия полиэтилена с нефтью. Она представляет собой смесь углеводородов и неметаллических элементов, смешанных с ними (сера, азот, кислород), а также некоторых металлических элементов (железо, никель, мышьяк, ванадий). Наряду с ними в нефти присутствуют соли хлоридов земельных минералов, а также их сульфаты. Кроме того, нефть содержит воду в определённых процентных соотношениях, зависящих от ее типа и условий добычи. Этот процент может возрастать до 30 % по отношению к общему объёму нефти, поскольку она находится в форме насыщенных растворов хлорида натрия, сульфата магния и кальция. Двуокись углерода и газы сероводорода, растворяясь в воде, увеличивают её объём. Кислота и кислород, вступая в реакцию с железом и марганцем, растворенными в сопутствующей воде, образуют нерастворимые продукты. Сопутствующая вода содержит небольшой процент хлоридорганических солей, не превышающий 50 частей из миллиона [9, 10].

Примеси, содержащиеся в сырой нефти (твердые материалы, соли, вода, химические добавки), создают серьезные риски для нефтеперерабатывающего оборудования, продолжительности его работы и эффективности. Известно, что полимерные материалы разрушаются совершенно иначе, нежели металлические, поэтому при производстве из них различных изделий требуется учитывать их физико-химические свойства и электрохимические реакции.

Пластики не растворяются, как металлы, однако повреждаются или разрушаются вследствие набухания, то есть происходит так называемое охрупчивание, при котором они размягчаются, затвердевают и меняют цвет, что приводит к ухудшению их механических свойств.

Полимерные материалы разрушаются по нескольким механизмам:

– набухание структуры;

– растворение;

– разрушение химических связей под воздействием тепла, химических реакций или реакции свободных радикалов. Охрупчивание поверхностного слоя может происходить по какому-либо одному механизму или по комбинации механизмов [11–13].

Растворение и набухание без разрыва химических связей является основной причиной охрупчивания при контакте с примесями. Этот процесс является сложным, поскольку небольшие количества полимерного раствора проникают внутрь [14], образуя просачивающийся слой с измененными физическими свойствами (рис. 1).

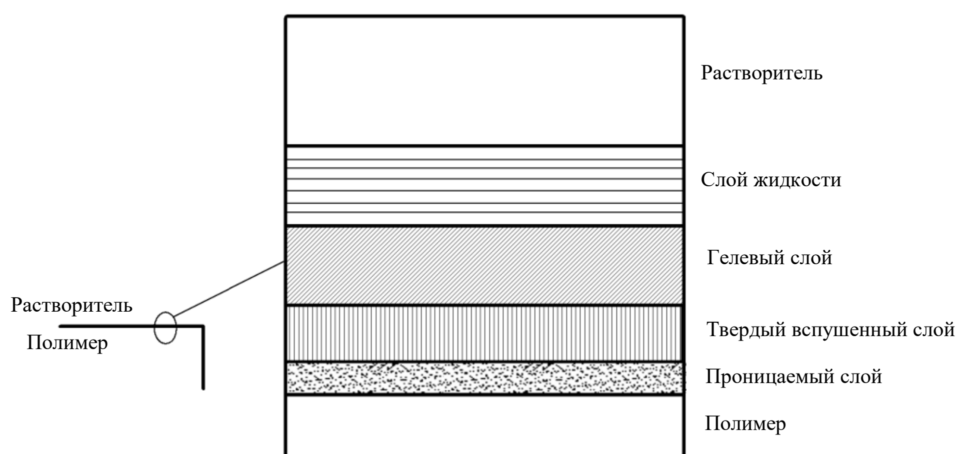


Рис. 1. Слоистая структура процесса охрупчивания

Целью исследования является изучение устойчивости полиэтилена к нефти и сопутствующей воде при комнатной температуре, как в состоянии покоя, так и в условиях движения.

Материалы и методы. В таблице 1 показаны использованные в работе вещества, растворенные в нефти после её добычи.

Таблица 1

Вещества, растворенные и взвешенные в нефти после её добычи

Растворимые вещества			Взвешенные вещества	
Твердые		Газообразные	Металлические материалы	Органические материалы
Положительные электролиты: Mg^{+}, Fe^{+}, K^{+}, Na^{+}, Mn^{+} Отрицательные электролиты: Br^{-}, Cl^{-}, F^{-}, CO_3^{-2}, SO_4^{-2},HCO_3^{-}	Растительные и животные	O_2, H_2S, N_2,CO_2	$Fe(OH)_3$, FeS_2, SCO_2 песок с глиняной крошкой, сульфатными соединениями, карбонатами, щелочно-земельными минералами	Соединения, полученные в результате добавления деэмульгаторов, бактерий, водных растений, а также растительных и животных остатков

В таблице 2 показан состав сопутствующей воды, использованной в экспериментах.

Таблица 2

Состав сопутствующей воды, использованной в экспериментах

Анализ	Измеренное значение	Единицы измерения
Плотность	1,015	г/см^3
Cl^-	10100	ppm
Na^+	2427	
Mg^+,	370	
Ca^{2+}	1270	
Полная жестокость $CaCO_3$	4243	
Щелочность $(CaCo_3)$	530	
SO_4^{-2}	1093	
NO_3^-	100	
NH_4^-	13	
H_2S	130	
pH	8,5	

В качестве чистящего средства применялся нефтяной спирт. Опыты проводили с использованием гранул и труб из полиэтилена высокого давления HDPE низкой плотности (таблица 3).

Таблица 3

Технические характеристики полиэтиленовых гранул и труб, использованных в экспериментах

Тип	Гранулы	Трубы
	Полиэтилен высокого давления низкой плотности	
Плотность, г/см^3	0,914	0,917
Твердость (по Шору)	44,6	46,7
Отношение удлинения к срезу, %	нет	4,42
Минимальная температура наступления размягчения, С°	109–122	110–112

Нефть и сопутствующая вода проходили по полиэтиленовым трубам в собранном автором лабораторном устройстве (рис. 2). Комплекс оборудования включает герметичную стеклянную тару; шкалу с чувствительностью ±0,1 г, %; электронный микрометр с точностью до 1 микрометра; электронный микроскоп, подключенный к компьютеру.

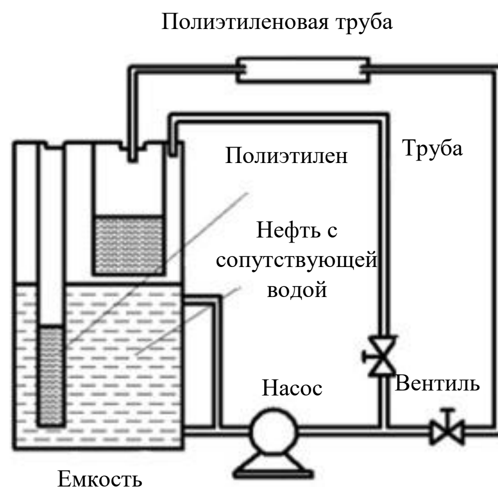


Рис. 2. Лабораторное устройство для пропускания нефти и сопутствующей воды в полиэтиленовых трубах

В спокойном режиме при методе погружения последовательность действий при постановке эксперимента была следующей:

– масса W_1 и объем V_1 определяли для нескольких образцов гранул полиэтилена, характеристики которых приведены в таблице 3;

– образцы погружали полностью в нефть, попутную и дистиллированную воду в герметичных контейнерах на определенные периоды времени;

– далее образцы очищали;

– в процессе эксперимента определяли вес образца W_2 и его объем V_2;

– далее рассчитывали изменение веса $\Delta W = W_2 – W_1$ и изменение объема $\Delta V = V_2 – V_1$,

– после тестирования каждого образца рассчитывали: относительное изменение веса $\frac{\Delta W}{W_1} \cdot 100$ и относительное изменение объема $\frac{\Delta V}{V_1} \cdot 100$.

В динамическом режиме последовательность действия при постановке эксперимента была следующей:

– нефть и сопутствующая вода протекали в полиэтиленовых трубах с постоянной скоростью при комнатной температуре, их вес W_1 и толщина стенки определялись для конкретных периодов времени;

– после каждого опыта трубы очищали;

– после испытания определяли их вес W_2 и толщину стенок после испытания X_2;

– рассчитывали: изменение веса $\Delta W = W_2 – W_1$, изменение объема $\Delta V = V_2 – V_1$, относительное изменение веса $\frac{\Delta W}{W_1} \cdot 100$ и изменение толщины ΔX после испытания.

Результаты исследования. Результаты испытаний изменения массы и объема частиц, погруженных в нефть, сопутствующую и дистиллированную воду, были сведены в таблицы 4–9. Графическая зависимость была найдена для относительного изменения веса и размера полиэтиленовых гранул, погруженных в нефть, сопутствующую и дистиллированную воду (рис. 3, 4).

Таблица 4

Изменение веса погруженных в нефть гранул

№	1			2			3		
Время погружения, дни	W_1, г	W_2, г	ΔW, %	W_1, г	W_2, г	ΔW, %	W_1, г	W_2, г	ΔW, %
10	27,022	27,673	2,240	26,9611	27,5542	2,200	25,384	25,921	2,261
30	26,652	28,6376	7,450	26,4489	28,4589	7,600	26,577	28,613	7,661
60	25,839	28,2497	9,330	23,486	25,7346	9,574	25,266	25,266	9,396
90	26,863	29,6979	10,55	27,3432	30,1732	10,350	25,683	25,683	10,28

Таблица 5

Изменение объема погруженных в нефть гранул

№	1			2			3		
Время погружения, дни	V_1, см^3	V_2, см^3	ΔV, %	V_1, см^3	V_2, см^3	ΔV, %	V_1, см^3	V_2, см^3	ΔV, %
10	50	51,0	2,0	50	51,0	2,0	50	51,0	2,0
30	50	52,1	4,2	50	52,4	4,8	50	52,3	4,6
60	50	53,0	6,0	50	53,0	6,0	50	53,0	6,0
90	50	53,7	7,4	50	53,7	7,4	50	53,9	7,8

Таблица 6

Изменение веса гранул, погруженных в сопутствующую воду

№	1			2			3		
Время погружения, дни	W_1, г	W_2, г	Δ*W*, %	W_1, г	W_2, г	Δ*W*, %	W_1, г	W_2, г	Δ*W*,%
10	55,045	55,430	0,700	58,765	58,765	0,70	28,514	28,69	0,63
30	55,333	55,948	1,110	26,400	26,400	1,10	26,962	27,25	1,07
60	45,831	55,629	1,450	27,332	27,332	1,60	26,614	26,99	1,44
90	26,226	26,645	1,595	27,085	27,085	1,65	26,843	27,25	1,53

Таблица 7

Изменение объема частиц, погруженных в сопутствующую воду

№	1			2			3		
Время погружения, дни	V_1, $см^3$	V_2, $см^3$	Δ*V*, %	V_1, $см^3$	V_2, $см^3$	Δ*V*, %	V_1, $см^3$	V_2, $см^3$	Δ*V*, %
10	50	50	0	50	50	0	50	50	0
30	50	50,5	1	50	50,5	1	50	50,5	1
60	50	51	2	50	51	2	50	51	2
90	50	51,52	2,5	50	51,1	2,2	50	51,1	2,2

Таблица 8

Изменение веса гранул, погруженных в дистиллированную воду

№	1			2			3		
Время погружения, дни	W_1, г	W_2, г	Δ*W*, %	W_1, г	W_2, г	Δ*W*, %	W_1, г	W_2, г	Δ*W*,%
10	56,003	56,003	0,000	26,761	26,762	0,00	26,723	26,723	0,00
30	54,40	54,40	0,000	27,058	27,058	0,12	26,599	26,599	0,00
60	55,48	55,489	0,000	26,303	26,303	0,00	26,084	26,084	0,0
90	55,37	55,37	0,000	26,8300	26,8300	0,000	27,1665	27,1665	0,000

Таблица 9

Изменение объема гранул, погруженных в дистиллированную воду

№	1			2			3		
Время погружения, дни	V_1, $см^3$	V_2, $см^3$	Δ*V*, %	V_1, $см^3$	V_2, $см^3$	Δ*V*, %	V_1, $см^3$	V_2, $см^3$	Δ*V*, %
10	50	50	0	50	50	0	50	50	0
30	50	50,1	0,2	50	50,1	0,2	50	50,1	0,2
60	50	50	0	50	50	0	50	50	0
90	50	50	0	50	50	0	50	50	0

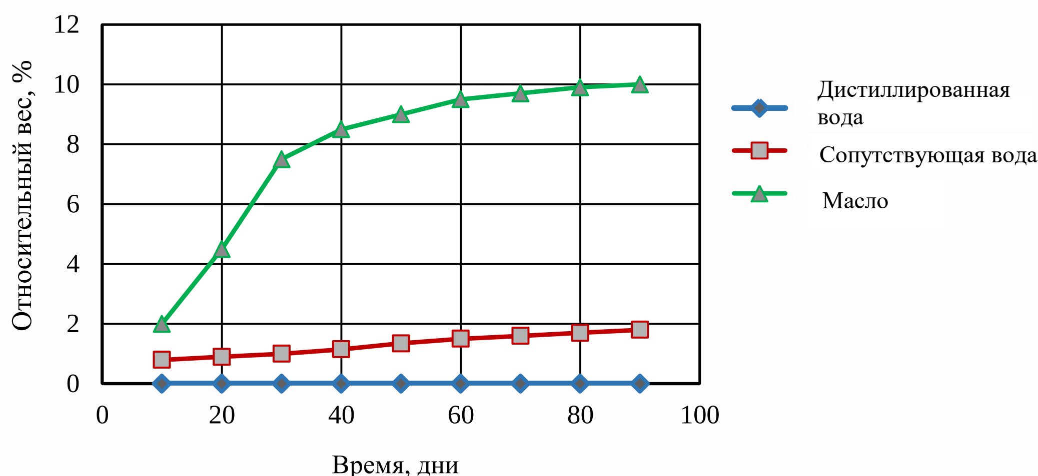


Рис. 3. Относительное изменение веса погруженных гранул по времени

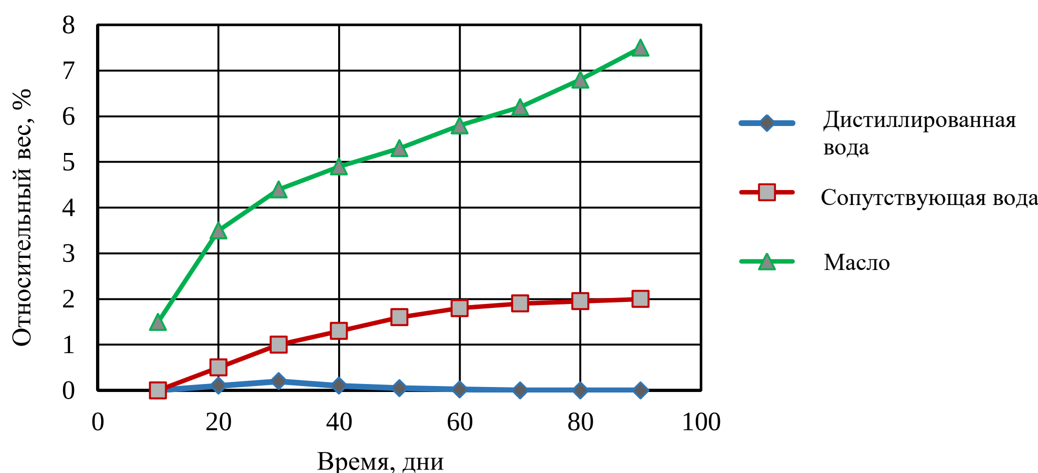


Рис. 4. Относительное изменение объема погруженных

Рис. 3 и 4 показывают, что временная зависимость относительного изменения веса и размера гранул полиэтилена имеет характер квадратичной зависимости и следует закону Фика в диффузии в случаях трех исследуемых жидкостей (дистиллированная вода, сопутствующая вода и нефть), что указывает на то, что скорость диффузии жидкости через полиэтилен является наиболее важным фактором.

Относительное изменение веса гранул, погруженных в дистиллированную воду, не упоминается, но оно едва заметно в сопутствующей воде и больше увеличивается в нефти (рис. 4). Это объясняется тем, что диффузия солей оказывает существенное влияние на относительный вес и объем гранул, погруженных в дистиллированную воду, с одной стороны, и гранул, погруженных в нефть и сопутствующую воду, с другой.

Результаты испытаний изменения веса и толщины труб, в которых течет нефть и сопутствующая вода, систематизированы в таблицах 10 и 11. Была получена графическая зависимость относительного изменения веса и толщины труб, по которым проходит нефть с сопутствующим потоком воды, показанная на рис. 5, 6.

Микрофотографии срезов образцов были сделаны до и после испытаний с увеличением в 510 раз, показаны на рис. 7.

Таблица 10

Изменение веса и толщины труб, по которым течет нефть

Время погружения, дни			30		60		90	
№ трубы	W_1, г	X_1, мм	*W, %*	ΔX	ΔW, %	ΔX	*W, %*	ΔX
1	18,019	2,483	0,6	0,024	1,07	0,05	3,02	0,17
2	18,6440	2,485	0,9	0,032	1,12	0,07	3,01	0,19
3	18,6009	2,490	0,58	0,022	1,14	0,07	3,12	0,21
4	18,6441	2,483	0,91	0,032	1,12	0,096	3,00	0,19
5	18,5999	2,487	0,37	0,022	1,13	0,08	3,11	0,22

Таблица 11

Изменение веса и толщины труб, по которым течет сопутствующая вода

Время погружения, дней			30		60		90	
№ трубы	W_1,г	X_1, мм	*W, %*	Δ*X*	*W, %*	Δ*X*	*W, %*	Δ*X*
1	15,22	2,483	0,399	0,012	0,521	0,025	1,35	0,087
2	19,134	2,484	0,404	0,015	0,478	0,029	1,42	0,086
3	15,905	2,483	0,409	0,011	0,459	0,028	1,38	0,075
4	18,6009	2,400	0,39	0,013	0,469	0,027	1,40	0,080
5	18,019	2,483	0,38	0,012	0,498	0,027	1,39	0,079

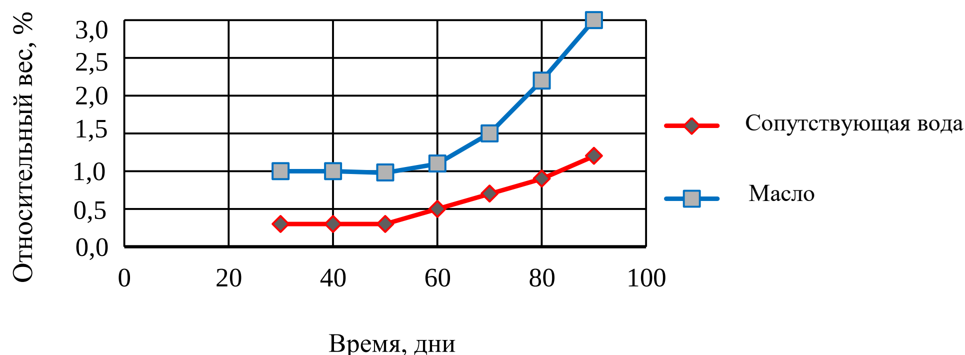


Рис. 5. Относительное изменение веса труб, по которым течет нефть и сопутствующая вода, по времени

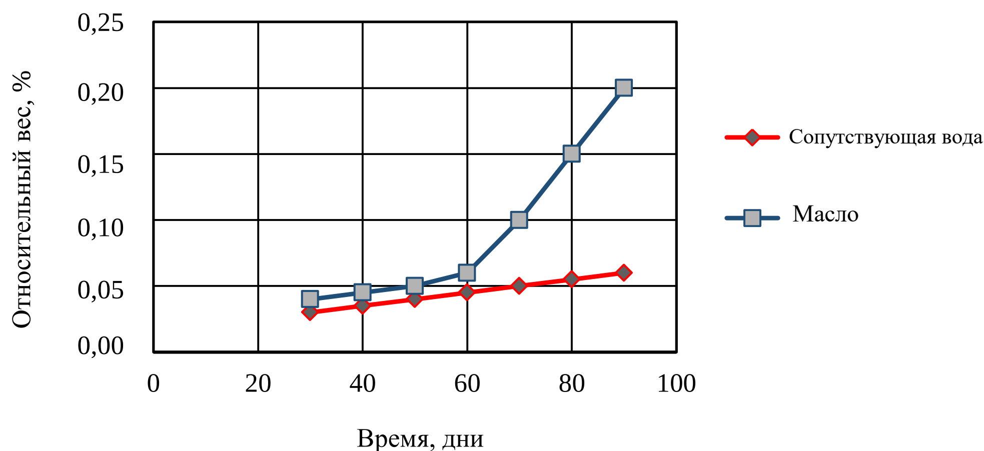


Рис. 6. Относительное изменение толщины труб, в которых течет нефть и сопутствующая вода, в зависимости от времени

Рис. 6 и 7 показывают, что относительное изменение веса и толщины стенок полиэтиленовых труб, по которым проходит нефть, больше тех, через которые проходит сопутствующая вода. Этот факт указывает на то, что полиэтилен больше подвержен влиянию нефти.

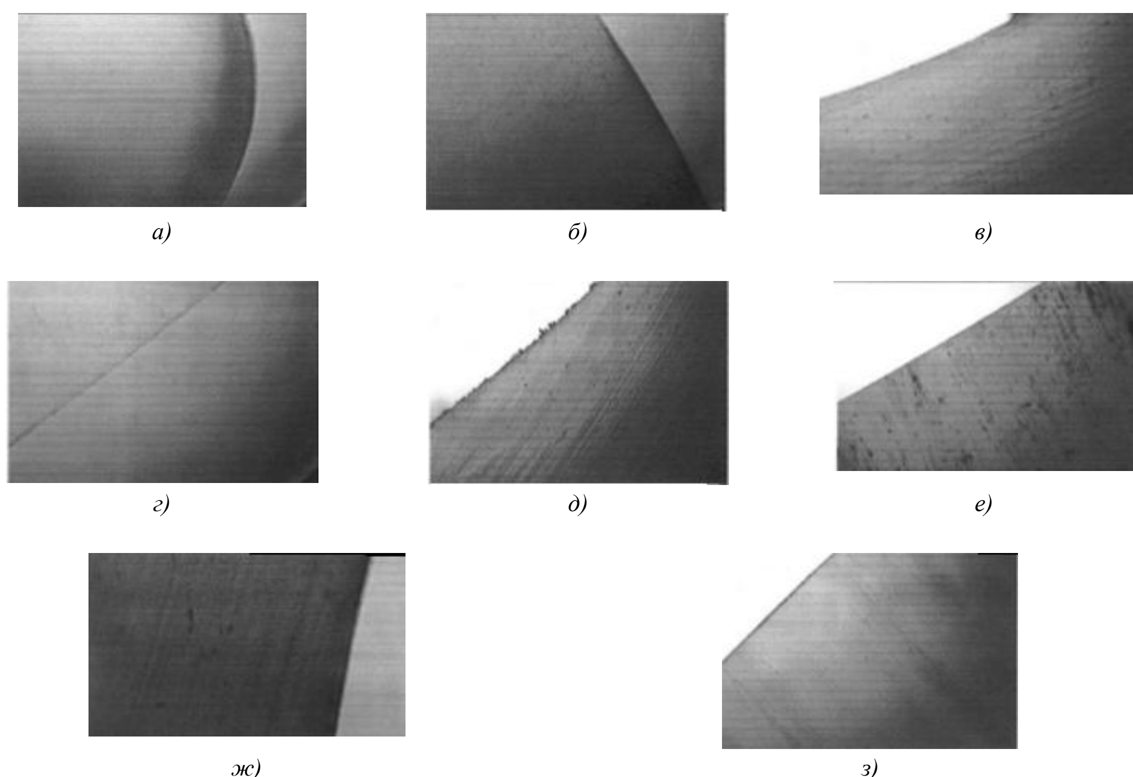


Рис. 7. Микрофотографии срезов образцов до и после испытаний с увеличением в 510 раз: *а* — сечение чистой гранулы; *б* — сечение гранулы нефти; *в* — сечение трубы с сопутствующей водой в нефти; *г* — сечение чистой воды; *д* — сечение трубы, погруженной в нефть; *е* — внутренняя поверхность трубы с сопутствующей водой; *ж* — сечение трубы, погруженной в нефть после 200 часов; *з* — внутренняя поверхность трубы, погруженной в нефть

На рис. 7 показаны срезы образцов труб и гранул до и после испытаний, отражающие цвет и гладкость поверхности срезов, подвергнутых испытаниям, по сравнению с чистыми срезами, что подтверждает предыдущие результаты, полученные на основе графиков.

Обсуждение и заключения. Эксперименты и полученные результаты показали, что скорость диффузии жидкости через полиэтилен является наиболее важным фактором при статическом и динамическом режимах. Погружение в нефть оказывает большее влияние, чем погружение в сопутствующую или дистиллированную воду из-за присутствия солей.

Было обнаружено, что относительное изменение веса и толщины стенок полиэтиленовых труб, по которым проходит сопутствующая вода меньше, чем тех, по которым проходит нефть, а микроскопические изображения срезов в образцах до и после испытаний подтвердили полученные результаты.

Список литературы

1. Antypas I. The Influence of Polyethylene Processing on the Plastic Containers Blowing. *Journal of Physics: Conference Series.* 2020;1515:042042. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1515/4/042042

2. Zakharyan E.M., Petrukhina N.N., Dzhabarov E.G., et al. Pathways of Chemical Recycling of Polyvinyl Chloride. Part 2. *Russian Journal of Applied Chemistry.* 2020;93:1445–1490. http://dx.doi.org/10.1134/S1070427220100018

3. Chinedu Nwapa, Okunwaye O.J., Okonkwo C.L., et al. Mechanical Properties of High Density Polyethylene and Linear Low Density Polyethylene Blend. *SSRG International Journal of Polymer and Textile Engineering (SSRG-IJPTE).* 2020;7:22–28. 10.14445/23942592/IJPTE-V7I1P103

4. Antypas I.R. Improvement of Mechanical Behavior of Neoprene Rubber by means of Glass Fiber. *Journal of Physics: Conference Series.* 2021;1889:042007. http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1889/4/042007

5. Wei-Li Wu, Yi-Wen Wang. High Density Polyethylene Film Toughened with Polypropylene and Linear Low Density Polyethylene. *Materials Letters.* 2019;257:126689. http://doi.org/10.1016/j.matlet.2019.126689

6. Chaudhary A.K., Vijayakumar R.P. Effect of Chemical Treatment on Biological Degradation of High-Density Polyethylene (HDPE). *Environment, Development and Sustainability.* 2020;22:1093–1104. https://doi.org/10.1007/s10668-018-0236-6

7. Lethola M., Miettinen I.T., Lampola T., et al. Pipeline Materials Modify the Effectiveness of Disinfectants in Drinking Water Distribution Systems. *Water Research.* 2005;39:1962–1971. http://dx.doi.org/10.1016/j.watres.2005.03.009

8. Antypas I.R., Savostina T.P. Study of Mechanical Properties of Recycled Polyethylene of High and Low Density. *Materiale Plastice.* 2021;58:210-215. https://doi.org/10.37358/MP.21.4.5546

9. Zabolotnyi O., Zabolotnyi V., Koshevoy N. Oil Products Moisture Measurement Using Adaptive Capacitive Instrument Measuring Transducers. In book: Nechyporuk M, Pavlikov V, Kritskiy D. (eds.) *Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering.* 2021;188:81–91. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-030-66717-7_7

10. Beglyarovas É.S., Sokolova A., Bakshtanin M. Change of Indicators of Pollution of Surface Drain of Urban Territories when Carrying Out Construction Work on the Example of the Private Reservoirs of Rivers Likhoborka and Zhabenka. *Power Technology and Engineering.* 2021;55:1–5. http://dx.doi.org/10.1007/s10749-021-01316-0

11. Martins L.S., Mulinari D., Zanini N.C. Envelopes with Microplastics Generated from Recycled Plastic Bags for Crude Oil Sorption. *Polymer Engineering and Science.* 2021;61:2055–2065. http://dx.doi.org/10.1002/pen.25734

12. Ketan Patel, Samir H Chikali, Swaminathan Sivaram. Ultrahigh Molecular Weight Polyethylene: Catalysis, Structure, Properties, Processing and Applications. *Progress in Polymer Science.* 2021;109:101290. https://doi.org/10.1016/j.progpolymsci.2020.101290

13. Lethola M., Miettinen L.T., Lampola T., et al. Pipeline Materials Modify the Effectiveness of Disinfectants in Drinking Water Distribution Systems. *Water Research.* 2005;39:1962–1971. http://dx.doi.org/10.1016/j.watres.2005.03.009

14. Reye J.T., Moore E.J., Riga A.T. *Dissolution and Swelling Characterization of Diverse Amorphous Polymers by Thermal Mechanical Analysis.* In: Proc. Annual Conference of the North American Thermal Analysis Society (NATAS), 2005. P. 1–22. URL: https://www.researchgate.net/publication/343759376_Dissolution_and_-Swelling_Characterization_of_Diverse_Amorphous_Polymers_by_Thermal_Mechanical_Analysis

References

1. Antypas I. The Influence of Polyethylene Processing on the Plastic Containers Blowing. *Journal of Physics: Conference Series*. 2020;1515:042042. 10.1088/1742-6596/1515/4/042042

2. Zakharyan EM, Petrukhina NN, Dzhabarov EG, et al. Pathways of Chemical Recycling of Polyvinyl Chloride. Part 2. *Russian Journal of Applied Chemistry*. 2020;93:1445-1490. 10.1134/S1070427220100018

3. Chinedu Nwapa, Okunwaye OJ, Okonkwo CL, et al. Mechanical Properties of High Density Polyethylene and Linear Low Density Polyethylene Blend. *SSRG International Journal of Polymer and Textile Engineering (SSRG-IJPTE)*. 2020;7:22-28. 10.14445/23942592/IJPTE-V7I1P103

4. Antypas IR. Improvement of Mechanical Behavior of Neoprene Rubber by means of Glass Fiber. *Journal of Physics: Conference Series*. 2021;1889:042007. http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1889/4/042007

5. Wei-Li Wu, Yi-Wen Wang. High Density Polyethylene Film Toughened with Polypropylene and Linear Low Density Polyethylene. *Materials Letters*. 2019;257:126689. http://doi.org/10.1016/j.matlet.2019.126689

6. Chaudhary AK, Vijayakumar RP. Effect of Chemical Treatment on Biological Degradation of High-Density Polyethylene (HDPE). *Environment, Development and Sustainability*. 2020;22:1093–1104. https://doi.org/10.1007/s10668-018-0236-6

7. Lethola M, Miettinen IT, Lampola T, et al. Pipeline Materials Modify the Effectiveness of Disinfectants in Drinking Water Distribution Systems. *Water Research*. 2005;39:1962–1971. http://dx.doi.org/10.1016/j.watres.2005.03.009

8. Antypas IR, Savostina TP. Study of Mechanical Properties of Recycled Polyethylene of High and Low Density. *Materiale Plastice*. 2021;58:210-215. https://doi.org/10.37358/MP.21.4.5546

9. Zabolotnyi O, Zabolotnyi V, Koshevoy N. Oil Products Moisture Measurement Using Adaptive Capacitive Instrument Measuring Transducers. In book: Nechyporuk M, Pavlikov V, Kritskiy D. (eds.) *Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering*. 2021;188:81-91. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-030-66717-7_7

10. Beglyarovas ÉS, Sokolova A, Bakshtanin M. Change of Indicators of Pollution of Surface Drain of Urban Territories when Carrying Out Construction Work on the Example of the Private Reservoirs of Rivers Likhoborka and Zhabenka. *Power Technology and Engineering*. 2021;55:1-5. http://dx.doi.org/10.1007/s10749-021-01316-0

11. Martins LS, Mulinari D, Zanini NC. Envelopes with Microplastics Generated from Recycled Plastic Bags for Crude Oil Sorption. *Polymer Engineering and Science*. 2021;61:2055-2065. http://dx.doi.org/10.1002/pen.25734

12. Ketan Patel, Samir H Chikali, Swaminathan Sivaram. Ultrahigh Molecular Weight Polyethylene: Catalysis, Structure, Properties, Processing and Applications. *Progress in Polymer Science*. 2021;109:101290. https://doi.org/10.1016/j.progpolymsci.2020.101290

13. Lethola M, Miettinen LT, Lampola T, et al. Pipeline Materials Modify the Effectiveness of Disinfectants in Drinking Water Distribution Systems. *Water Research*. 2005;39:1962–1971. http://dx.doi.org/10.1016/j.watres.2005.03.009

14. Reye JT, Moore EJ, Riga AT. *Dissolution and Swelling Characterization of Diverse Amorphous Polymers by Thermal Mechanical Analysis*. In: Proc. Annual Conference of the North American Thermal Analysis Society (NATAS), 2005. P. 1–22. https://www.researchgate.net/publication/343759376_Dissolution_and_Swelling_-Characterization_of_Diverse_Amorphous_Polymers_by_Thermal_Mechanical_Analysis

Об авторе:

Антибас Имад Ризакалла, доцент кафедры «Основы конструирования машин» Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент, ScopusID, ResearchID, ORCID, imad.antypas@mail.ru

Поступила в редакцию 01.02.2023.
Поступила после рецензирования 17.02.2023.
Принята к публикации 20.02.2023.

Конфликт интересов
Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

About the Author:

Imad Rizakalla Antipas, associate professor of the Fundamentals of Machinery Design Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), Cand.Sci. (Eng.), associate professor, ScopusID, ResearchID, ORCID, imad.antypas@mail.ru

Received 01.02.2023.
Revised 17.02.2023.
Accepted 20.02.2023.

Conflict of interest statement
The author does not have any conflict of interest.

The author has read and approved the final manuscript.

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT







УДК 004.89
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-66-75

Научная статья



Модель машинного обучения для обнаружения COVID-19 на ранней стадии по аномалиям в ритме сердца

М.С. Межов[1], В.О. Козицин[1], Ю.Д. Кацер[2]
[1]ООО «Цифровые технологии и платформы», Российская Федерация, Москва, ул. Дубининская, 53, стр. 6
[2]Сколковский институт науки и технологии, Российская Федерация, Москва, территория инновационного центра «Сколково», Большой бульвар, 30, стр. 1
✉ msmezhov@ya.ru

Аннотация
Введение. Электронные устройства, способные собирать данные по телеметрии индивидуума, открыли перспективы доклинического выявления признаков COVID-19. Известные решения предполагают анализ информации, которую сложно получить в моменте. Речь идет, например, о состоянии крови или ПЦР-тесте. Это существенно ограничивает возможности интеграции алгоритмов с наручными гаджетами. При этом сердечно-сосудистая система как объект наблюдения достаточно информативна, съем данных хорошо проработан. В статье описана задача детекции ковидных аномалий в ритмограммах. Цель работы — создание математической модели на базе алгоритмов машинного обучения для автоматизации процесса выявления ковидных аномалий в ритме сердца. Показана возможность интеграции полученных результатов с фитнесс-браслетами и умными часами.

Материалы и методы. В работе задействовали открытый стек технологий: Python, Scikit-learn, Lightgbm. При оценке качества моделей для бинарной классификации использовалась метрика F_1. Изучены 229 ритмограмм сердца (кардиоинтервалографий) пациентов с COVID-19. Наличие или отсутствие признаков аномалии определялось с учетом времени ритмограммы и интервалов между сердцебиениями. Графически показаны отклонения, которые могут свидетельствовать о заражении. По итогам разведочного анализа собран перечень признаков, указывающих на аномалию.

Результаты исследования. В результате проделанной работы получена математическая модель, которая детектирует специфичные для COVID-19 аномалии сердечного ритма с точностью 83 %. Выявлены и ранжированы основные признаки, определяющие прогностическую способность модели. Это текущее значение интервала между ударами сердца, производные в последующей и предыдущей точках измерения продолжительности сердцебиения, первая производная в текущей точке и отклонение от медианы текущего значения длительности *RR*-интервала. Первый показатель в этом перечне признан наиболее значимым, последний — наименее. Для целей машинного обучения оценивался потенциал пяти алгоритмов: IsolationForest, LGBMClassifier, RandomForestClassifier, ExtraTreesClassifier, SGDOneClassSVM. Визуализированы нормальные и аномальные результаты наблюдений в изолирующих деревьях. Установлен параметр, который соответствует вероятности регулярного наблюдения за пределами нормы, и выбрано его значение — 0,11. С учетом данного показателя построен график для модели SGDOneClassSVM. По набору данных с применением техники перекрестной проверки рассчитана метрика качества. Речь идет о ритмограмме с временны́м рядом наблюдений, снятых за один непрерывный интервал времени у одного человека. Описан пошаговый процесс получения усредненных значений метрики для каждой модели. При сравнении самый высокий показатель зафиксирован у модели LGBMClassifier, наименьшие — у SGDOneClassSVM и IsolationForest.

Обсуждение и заключения. Полученная математическая модель занимает мало места в памяти мобильного устройства, то есть не предъявляет значимых требований к вычислительным ресурсам. Решение обладает

приемлемым качеством детекции для доклинического скрининга связанных с COVID-19 сердечно-сосудистых нарушений. Алгоритм обнаруживает аномалии в 83 % случаев. Для записи ритмограммы достаточно 4 минут. Предлагаемый сценарий использования интегрированного решения лаконичен и легко реализуем. Широкое использование разработки может способствовать выявлению COVID-19 на ранней стадии.

Ключевые слова: COVID-19, причины смерти ковид-положительных пациентов, осложнения в работе сердечно-сосудистой системы, ПЦР-тест, доклинический контроль сердечно-сосудистой системы, встроенные датчики частоты пульса, ритмограмма, RR-интервал, электрокардиограмма сердца, аномальное по продолжительности сердцебиение, сердцебиение с аномальным ритмом, машинное обучение, алгоритм LGBMClassifier.

Благодарности. Авторы выражают благодарность руководству и модераторам открытого всероссийского соревнования профессионалов в сфере цифровой экономики «Цифровой прорыв» за предоставленные данные для исследования.

Для цитирования. Межов М.С., Козицин В.О., Кацер Ю.Д. Модель машинного обучения для обнаружения COVID-19 на ранней стадии по аномалиям в ритме сердца. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(1):66–75. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-66-75

Original article

Machine Learning Model for Early Detection of COVID-19 by Heart Rhythm Abnormalities

Maksim S Mezhov[1] ✉, **Vyacheslav O Kozitsin**[1], **Iurii D Katser**[2]

[1] "Digital Technologies and Platforms" LLC, 53, Dubininskaya St., Moscow, Russian Federation

[2] Skolkovo Institute of Science and Technology, 30, Bolshoy Boulevard, Moscow, Russian Federation

✉ msmezhov@ya.ru

Abstract

Introduction. Electronic devices capable of collecting individual telemetry data have opened up prospects for preclinical detection of COVID-19 signs. Known solutions involve the analysis of information that is difficult to obtain at the moment. We are talking, specifically, about the blood condition or a PCR test. This significantly limits the possibility of integrating algorithms with wrist gadgets. At the same time, the cardiovascular system as an object of observation is quite informative, the data collection is well developed. The article describes the problem of detecting covid anomalies in rhythm strips. The work aims at creating a mathematical model based on machine learning algorithms to automate the process of detecting covid abnormalities in the heart rhythm. The possibility of integrating the results obtained with fitness bracelets and smart watches is shown.

Materials and Methods. The work involved an open technology stack: Python, Scikit-learn, Lightgbm. When assessing the quality of models for binary classification, metric F_1 was used. 229 cardiac rhythm strips (cardiointervalographies) of patients with COVID-19 were studied. The presence or absence of signs of an anomaly was determined taking into account the time of the rhythm strip and the intervals between heartbeats. Deviations that could indicate infection were shown graphically. Based on the exploratory analysis results, a list of signs indicating an anomaly was made.

Results. As a result of the work done, a mathematical model was obtained that detected heart rate abnormalities specific to COVID-19 with an accuracy of 83 %. The basic features determining the predictive ability of the model were identified and ranked. They included the current value of the interval between heartbeats, the derivatives at the subsequent and previous points of measuring the duration of the heartbeat, the first derivative at the current point, and the deviation of the current value of the duration of the *RR*-interval from the median. The first indicator in this list was recognized as the most significant, the last — the least. For machine learning purposes, the potential of five algorithms was evaluated: IsolationForest, LGBMClassifier, RandomForestClassifier, ExtraTreesClassifier, SGDOneClassSVM. The normal and abnormal results of observations in isolation trees were visualized. A parameter was set that corresponded to the probability of regular observation outside the norm, and its value was selected — 0.11. Taking into account this indicator, a graph was constructed for the SGDOneClassSVM model. Based on the data set, using the cross-validation technique, the quality metric was calculated. The case in hand was a rhythm strip with a time series of observations taken in one continuous time interval from one person. A step-by-step process of obtaining averaged metric values for each model was described. In comparison, the highest indicator was recorded for the LGBMClassifier model, the lowest — for SGDOneClassSVM and IsolationForest.

Discussion and Conclusions. The resulting mathematical model takes up little space in the memory of a mobile device, i.e., it does not impose significant requirements on computing resources. The solution has an acceptable detection quality for preclinical screening of COVID-19-related cardiovascular disorders. The algorithm detects anomalies in 83 % of cases. Four minutes is enough to record a rhythm strip. The proposed scenario for using an integrated solution is concise and easy to implement. Widespread use of the development can contribute to the detection of COVID-19 at an early stage.

Keywords: COVID-19, causes of death in covid-positive patients, complications in the work of cardiovascular system, PCR test, preclinical monitoring of the cardiovascular system, built-in pulse rate sensors, rhythm strip, RR-interval, cardiac electrocardiogram, abnormal heartbeat, heartbeat with abnormal rhythm, machine learning, LGBMClassifier algorithm.

Acknowledgements. The authors would like to thank the management and moderators of the open All-Russian competition of professionals in the digital economy “Digital Breakthrough” for the data provided for the study.

For citation. Mezhov MS, Kozitsin VO, Katser ID. Machine Learning Model for Early Detection of COVID-19 by Heart Rhythm Abnormalities. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(1):66–75. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-66-75

Введение. Изучение влияния COVID-19 на человека остается актуальной задачей. Так, в 2021–2022 гг. по данной теме опубликовано более 16 тыс. научных работ. Одна из основных причин смерти ковид-положительных пациентов — осложнения в работе сердечно-сосудистой системы (далее — ССС), вызванные воздействием коронавируса [1]. Для доклинической диагностики COVID-19 в основном используются два метода: биохимический на основе полимеразной цепной реакции (ПЦР-тест) и анализ крови. Необходимые в данном случае контакты с медперсоналом (в том числе визиты в медицинские учреждения) затрудняют регулярный оперативный контроль и повышают нагрузку на систему здравоохранения. Таким образом, представляется актуальным применение современных технологий доклинического контроля ССС для раннего выявления признаков COVID-19.

Регулярность контроля могут обеспечить носимые электронные устройства. Наиболее распространенные из них — фитнесс-браслеты и умные часы со встроенными датчиками частоты пульса и способностью выполнять измерения с высокой дискретностью [2]. Такой подход открывает возможности для анализа потоков данных на базе машинного обучения[1] [3].

Цель представленного исследования — создание обучаемой модели, способной выявлять ковидные аномалии, опираясь только на данные о ритме сердца. В ряде работ [4–6] рассматриваются подобные задачи, однако решения опираются на дополнительную информацию о состоянии крови и другие характеристики.[2] Это существенно ограничивает возможности их интеграции с носимыми устройствами, т. к. в моменте невозможно ввести в модель результаты анализа крови или мазка для ПЦР-теста. Новизна предложенного решения состоит в том, что использовались только данные ритма сердца, которые можно с высокой частотой снимать удобным для человека способом и интерпретировать показатели в режиме реального времени.

Материалы и методы

Характеристика данных. В работе использовали 229 обезличенных ритмограмм (кардиоинтервалографий) пациентов с COVID-19. Сведения получены в 2021 году в рамках открытого всероссийского соревнования для профессионалов в сфере цифровой экономики «Цифровой прорыв». Фрагмент данных представлен в таблице 1.

Таблица 1

Фрагмент набора данных

Номер ритмограммы	Время в миллисекундах	RR-интервал между сердцебиениями в миллисекундах	Признак ковидной аномалии*
81	0	576	0
81	568	568	0
81	1140	572	0
…	…	…	…

[1] Эндогенные аномалии кардиоритма у пациентов с COVID-19 / С. А. Пермяков [и др.] // Нелинейная динамика в когнитивных исследованиях — 2021 : тр. VII Всерос. конф. Нижний Новгород : Ин-т прикладной физики Российской академии наук, 2021. С. 109–110.

[2] Diagnosis of COVID-19 and its clinical spectrum / Kaggle Inc. // kaggle.com : [сайт]. URL: https://www.kaggle.com/datasets/einsteindata4u/covid19 (дата обращения : 10.09.2022).

Номер ритмограммы	Время в миллисекундах	RR-интервал между сердцебиениями в миллисекундах	Признак ковидной аномалии*
176	44332	568	0
176	44968	636	1
176	45596	628	0
*0 — аномалии нет, 1 — аномалия есть.			

На рис. 1 показана связь ритмограммы (RR interval) с электрокардиограммой сердца (ECG).

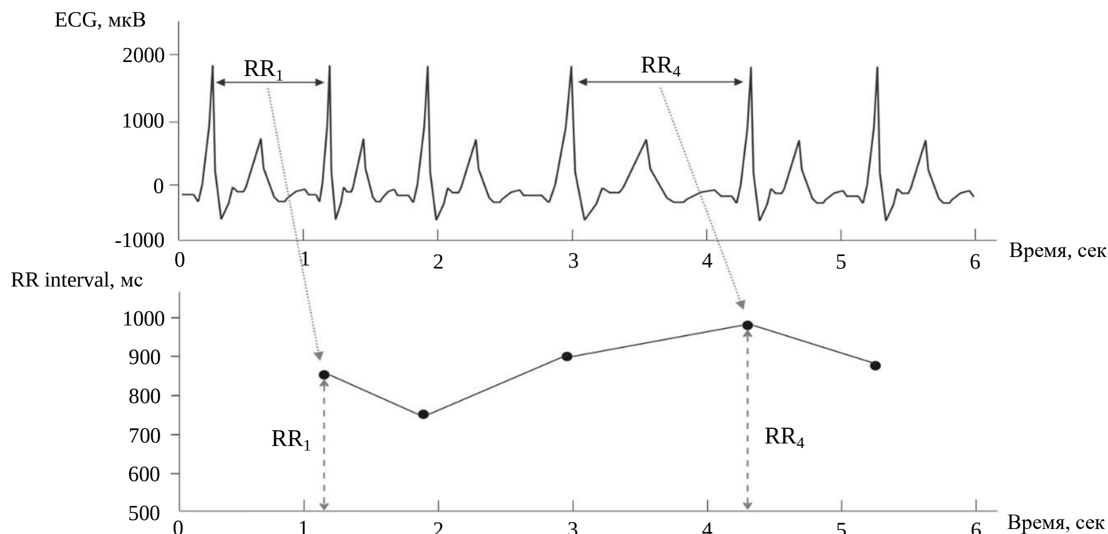


Рис. 1. Сопоставление электрокардиограммы и ритмограммы сердца: по горизонтальной оси показано время в секундах, по вертикальной для ЭКГ — микровольты

Во всех ритмограммах из этого набора есть промаркированные аномальные участки. На рис. 2 аномальные участки выделены красным пунктиром. По оси x показана продолжительность одного замера ритмограммы в миллисекундах, по y — интервал между соседними ударами сердца в миллисекундах.

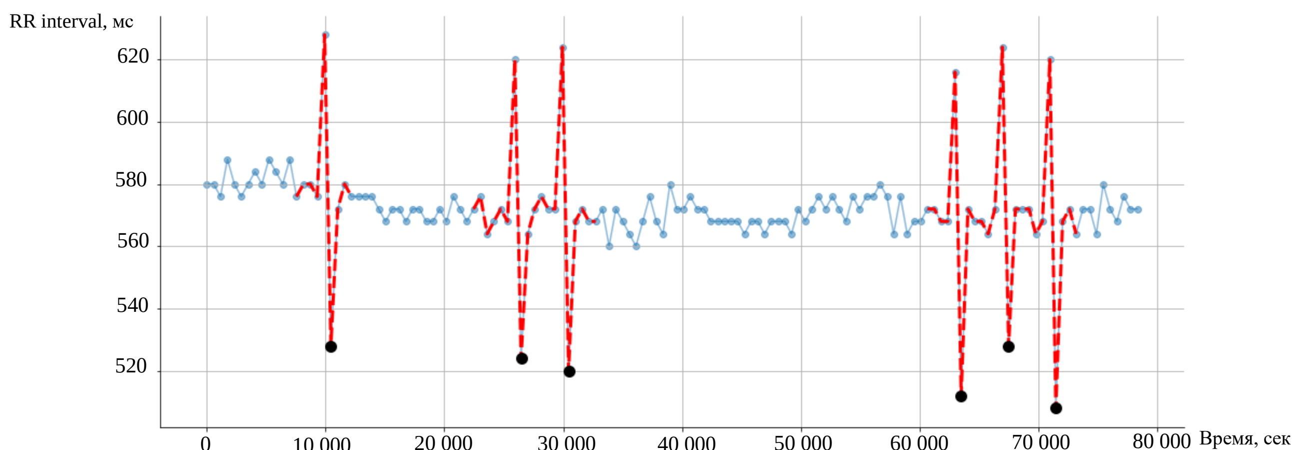


Рис. 2. График ритмограммы № 69: красным пунктиром выделены аномальные участки, черными буллитами — аномальные точки

Каждая ритмограмма представлена своим идентификатором. Продолжительность ритмограмм в исследуемом наборе данных различная: 4 минуты в среднем, 31 минута максимум. Каждый замер внутри одной ритмограммы имеет метку времени в миллисекундах от начала записи. Продолжительность RR-интервала также представлена в миллисекундах. Каждое конкретное значение в ритмограмме позволяет говорить о признаках аномалии (0 — нет, 1 — есть). 2,53 % наблюдений маркированы цифрой 1. Таким образом, набор данных имеет сильный дисбаланс классов, что типично для задач обнаружения аномалий.

В разметке данных встречаются различные подходы к выделению аномальных участков. Как аномальные выделялись группы точек в окрестности характерного пика и падения продолжительности ритма сердца: 3-го, 4-го, 6-го измерений (рис. 2). Не всегда количество точек в окрестности размечено одинаково — слева и справа от пика может быть разное количество аномальных точек. Кроме того, выявлены ритмограммы с

зашумленными показаниями. Так было при потере связи с гаджетом и замерах при установке или снятии прибора. 16 ритмограмм с некорректными данными пришлось исключить из рассмотрения, а разметку переделать:

– у аномального участка выделяется лишь одна точка, характеризующая аномальный фрагмент;

– аномальные точки обозначены черными буллитами (рис. 2).

Извлечение признаков. В чистом виде представлен лишь один сигнал — значение интервалов между сердцебиениями. Поэтому для уточнения модели подготовили дополнительные признаки на основании имеющегося сигнала: отклонение от медианного значения и производные в соседних замерах ритма. Этот перечень признаков выбрали после разведочного анализа данных и визуального выявления паттерна в местах, соответствующих аномальным участкам. На рис. 2 их обозначили красной пунктирной линией.

Результаты исследования

Метрика для оценки качества детекции аномалий. Для оценки качества модели в задаче бинарной классификации ввиду дисбаланса классов задействовали метрику F_1 [7] (1). Она позволяет оценить, насколько хорошо построенная модель детектирует редкий класс. В данном контексте под редким классом понимаются аномальные по продолжительности сердцебиения — сердцебиения с аномальным ритмом:

$$F_1 = 2 \times \frac{\text{точность} \times \text{полнота}}{(\text{точность} + \text{полнота})}. \qquad (1)$$

Здесь:

– точность — доля правильно детектированных моделью аномальных сердцебиений от общего количества сердцебиений, которые модель определила как аномальные;

– полнота (или иными словами — чувствительность) — доля сердцебиений, которые модель верно детектировала как аномальные, от общего количества аномальных сердцебиений во всем наборе данных.

Алгоритмы машинного обучения. В рамках исследования применены пять описанных ниже алгоритмов машинного обучения.

1. IsolationForest — алгоритм с неконтролируемым самообучением на базе экстремально рандомизированных решающих деревьев [8].

2. Light Gradient Boosting Machine Classifier (LGBMClassifier) — алгоритм градиентного бустинга над решающими деревьями [9]. Для повышения скорости работы задействуются две техники: Gradient-based One-Side Sampling и Exclusive Feature Bundling[3].

3. RandomForestClassifier базируется на решающих деревьях и реализует многократный выбор случайного подмножества признаков. По ним строятся более простые оценщики — деревья решений. Результаты агрегируются для получения конечного предсказания [10].

4. ExtraTreesClassifier аналогичен RandomForestClassifier, однако в нем дополнительно реализован случайный выбор границы, по которой происходит ветвление узлов в деревьях решений [11].

5. SGDOneClassSVM[4] — линейная версия One-Class Support Vector Machine с использованием стохастического градиентного спуска.

IsoltionForest и SGDOneClassSVM были выбраны ввиду их широкого использования в задачах детекции аномалий [12, 13]. LGBMClassifier, RandomForestClassifier и ExtraTreesClassifier достаточно хорошо показывают себя в разных задачах, поэтому их тоже задействовали для сравнения результатов.

Особенность алгоритмов IsolationForest и SGDOneClassSVM заключается в том, что они не требуют на входе четкой разметки аномальных наблюдений, в то время как для остальных использованных в исследовании алгоритмов она обязательна.

IsolationForest базируется на предположении, что при построении изолирующих деревьев аномальные наблюдения можно изолировать (отделить) за меньшее количество операций, чем нормальные экземпляры наблюдений. Для каждого наблюдения алгоритм вычисляет значение оценки аномальности (anomaly score) по формуле:

$$s(x,n) = 2^{-\frac{E(h(x))}{c(n)}}, \qquad (2)$$

где $h(x)$ — число ребер до экземпляра x в каждом изолирующем дереве решений; $E\big(h(x)\big)$ — среднее значение $h(x)$ на всем наборе изолирующих деревьев; $c(n)$ — нормализирующая константа для набора данных размером n (3).

[3] LightGBM: A Highly Efficient Gradient Boosting Decision Tree // www.microsoft.com : [сайт]. URL: https://www.microsoft.com/en-us/research/wp-content/uploads/2017/11/lightgbm.pdf (дата обращения: 10.09.2022).

[4] Online One-Class SVM / Scikit-learn developers (BSD License) // scikit-learn.org : [сайт]. URL: https://scikit-learn.org/stable/modules/sgd.html#online-one-class-svm (дата обращения: 10.09.2022).

$$c(n) = 2H(n-1) - \frac{2(n-1)}{n}, \quad (3)$$

$$H(k) = \ln(k) + \gamma. \quad (4)$$

В уравнении (4) γ — постоянная Эйлера, равная 0,57721…

Если наблюдение x имеет значение оценки аномальности s, близкое к 1, то оно считается аномальным. Если s близко к 0,5, то наблюдение не имеет очевидных признаков аномальности. Если s близко к 0, то наблюдение может считаться нормальным (рис. 3).

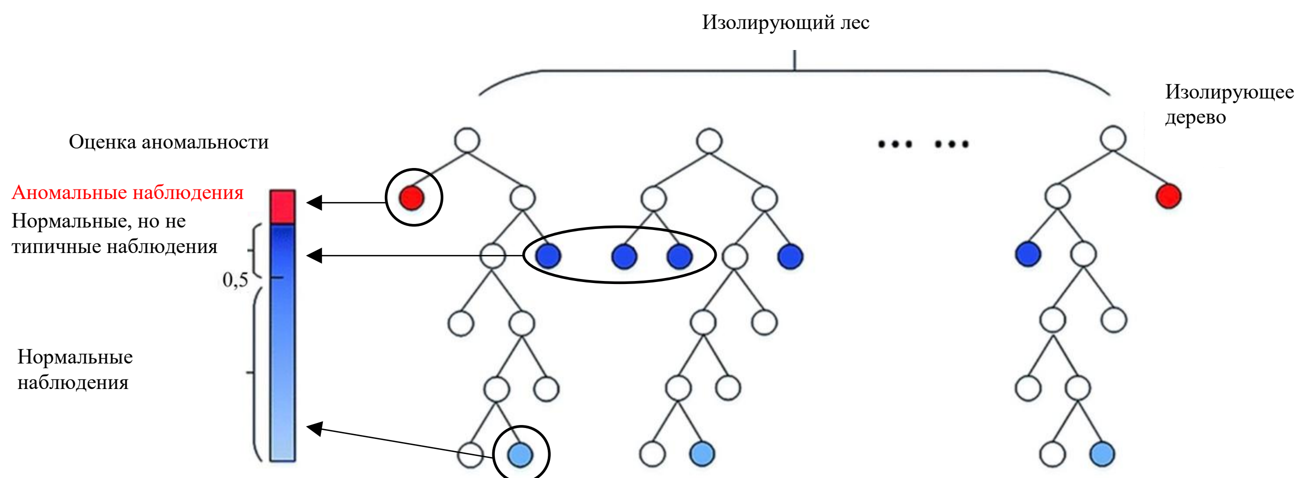


Рис. 3. Нормальные и аномальные наблюдения в изолирующих деревьях

SGDOneClassSVM основывается на противоположном относительно IsolationForest подходе. Алгоритм определяет границы нормальных наблюдений и все новые наблюдения сопоставляет с границами этой нормы, чтобы выявить аномалию.

Значимость признаков. Оценка степени влияния признаков на прогностическую способность модели представлена на рис. 4.

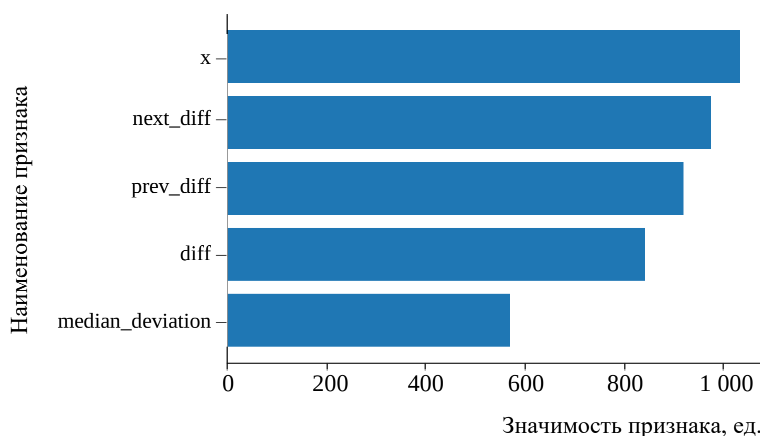


Рис. 4. Диаграмма значимости признаков: x — текущее значение интервала; next_diff — производная в последующей точке измерения продолжительности сердцебиения; prev_diff — производная в предыдущей точке измерения продолжительности сердцебиения; diff — первая производная в текущей точке; median_deviation — отклонение текущего значения длительности *RR*-интервала от медианы

Для расчета числовой оценки значимости использовался встроенный в LGBMClassifier механизм, возвращающий через свойство *feature_importances_* обученной модели массив числовых оценок для каждого признака. Значимость в моделях на основе градиентного бустинга над решающими деревьями, как правило, рассчитывается на основе индекса Джини (Gini-impurity Index[5]) [14], используемого в процессе определения точек ветвления при обучении модели:

$$Gini(d) = 1 - \sum_{i=1}^{k} p_i^2 \,. \quad (5)$$

[5] Karabiber F. Gini Impurity // learndatasci.com : [сайт]. URL: https://www.learndatasci.com/glossary/gini-impurity/ (дата обращения: 10.09.2022).

Здесь d — набор наблюдений, подходящих по условиям в рассматриваемой точке ветвления, $d \in D$; k — количество классов, представленных во всем тренировочном наборе данных D; p_i — вероятность принадлежности наблюдений к классу i в рассматриваемой точке ветвления решающего дерева.

Самыми значимыми оказались следующие признаки: текущее значение интервала (x), производная в последующей (next_diff) и предыдущей (prev_diff) точках измерения продолжительности сердцебиения (рис. 4). Полный перечень используемых признаков приведен в таблице 2:

Таблица 2

Перечень используемых признаков

№	Признак	Описание
1	*x*	*RR*-интервал в текущей точке измерения
2	next_diff	Первая производная в следующей точке
3	prev_diff	Первая производная в предыдущей точке
4	diff	Первая производная в текущей точке
5	median_deviation	Отклонение текущего значения длительности *RR*-интервала от медианы в рамках одной ритмограммы

Сравнение моделей. Для результативности модели SGDOneClassSVM важен подбор параметра *nu*, который соответствует вероятности обнаружения регулярного наблюдения за пределами границы нормы. Иными словами, *nu* определяет верхнюю границу доли ошибок при обучении модели и нижнюю границу доли опорных векторов.[6] Для подбора *nu* с учетом природы имеющихся данных дополнительно оценивалась метрика качества при различных значениях указанного параметра (рис. 5). В итоге выбран *nu*, равный 0,11.

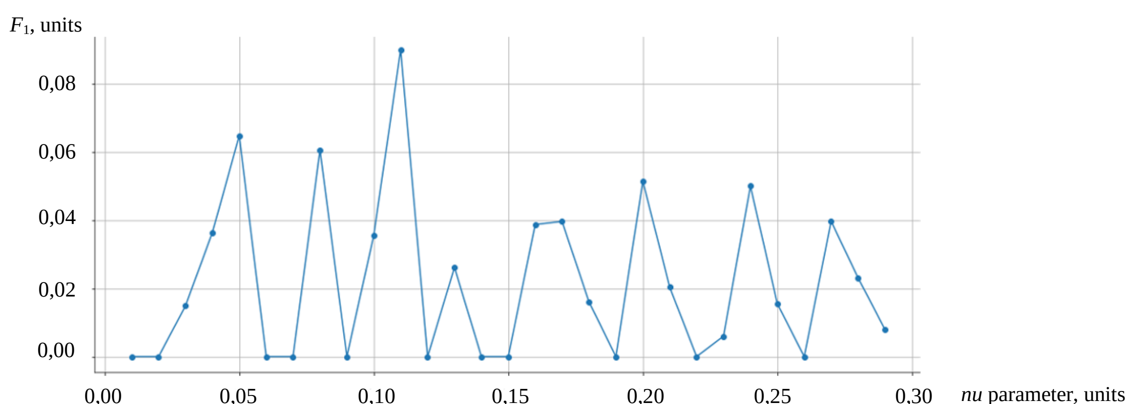


Рис. 5. Оценка параметра *nu* (по горизонтальной оси) для модели *SGDOneClassSVM*. На вертикальной оси — значения метрики F_1

Для расчета метрики качества на различных моделях использовался весь набор данных с применением техники перекрестной проверки. Внутри одной ритмограммы мы имеем временной ряд наблюдений, снятых за один непрерывный промежуток времени у одного человека, поэтому следует рассматривать их как зависимые [15]. Для разделения данных на обучающие и тестовые наборы применялась следующая стратегия. Отобранный набор данных состоит из 213 ритмограмм, помеченных уникальным идентификатором (*id*). Это дает возможность выделить ритмограммы для обучения и тестирования моделей. Набор ритмограмм для теста можно случайным образом выбирать по идентификаторам. Ниже описан подход, примененный в представленной работе.

I. В цикле разделения данных выполняются пять действий.

1. Фиксируется начальное число для генерации псевдослучайных чисел (seed) —np.random.seed(fold), где fold — номер текущего разбиения данных.

2. Генерируется 42 случайных целочисленных значения в диапазоне от 1 до 213. Так мы получаем случайные номера идентификаторов ритмограмм для тестового набора данных.

[6] SGDOneClassSVM documentation. Scikit-learn developers (BSD License) scikit-learn.org [сайт]. URL: https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.linear_model.SGDOneClassSVM.html#sklearn.linear_model.SGDOneClassSVM (дата обращения: 10.09.2022).

3. Вносятся в отдельный список номера идентификаторов ритмограмм, которые остались после отбора идентификаторов для теста. Их задействуют для тренировочного набора.

4. На ритмограммах из тренировочного набора обучаются модели, а на ритмограммах из тестового набора оцениваются метрики качества прогнозирования.

5. Записывается значение метрики качества для каждой модели, посчитанной на тестовом наборе ритмограмм при текущем разбиении данных.

II. Шаги 1–5 повторяются для каждого номера разбиения данных.

III. Полученные значения метрики качества усредняются для каждой из моделей.

Сравнительная оценка усредненной метрики качества прогнозирования для каждой модели приведена в таблице 3.

Таблица 3

Оценка метрики качества F_1

Модель	Метрика F_1*
LGBMClassifier	0,8328
RandomForestClassifier	0,7638
ExtraTreesClassifier	0,7369
SGDOneClassSVM	0,0169
IsolationForest	< 1e-4
*Среднее значение при выбранной стратегии перекрестной проверки на пяти разбиениях.	

Обсуждение и заключения. Разработана математическая модель обнаружения аномалий в ритме сердца с точностью 83 %. По метрике качества F_1 лучшей оказалась модель на базе алгоритма LGBMClassifier. IsolationForest и SGDOneClassSVM на текущих данных показали слабые результаты.

Предложенную модель можно реализовать в составе программной части носимых персональных смарт-устройств. Предлагаемый сценарий использования решения:

– запись ритмограммы активируется на персональном носимом устройстве через пользовательский интерфейс;

– по окончании запись подается в разработанную модель для анализа;

– по итогам анализа данных математическая модель выдает уведомление о наличии или отсутствии аномалий на экране носимого устройства.

Отметим, что для записи одной ритмограммы, видимо, достаточно в среднем 4 минут. За это время возможно обнаружение ковидных аномалий в ритме сердца.

Модель занимает в памяти носимого устройства 493 килобайтов, что вполне подходит для практического применения. Решение опирается только на информацию о ритме сердца и не задействует факторы, недоступные для мобильных персональных гаджетов.

Повышение точности детекции аномалий предполагает дополнительные изыскания. Их следует сфокусировать на разработке уникальных признаков, которые выявляются по исходному сигналу ритма сердца. Однако текущее решение уже дает возможность оперативной и легкой оценки вероятности COVID-19 на ранней стадии. Это наряду с выполнением рекомендаций медиков может дополнительно способствовать снижению риска смертности от негативного влияния коронавирусной инфекции на сердечно-сосудистую систему.

Список литературы

1. Турсунова Н.Д., Шафигулина И.С., Гребенникова И.В. и др. Патогенетические аспекты влияния COVID-19 на сердечно-сосудистую систему человека. *European Journal of Natural History*. 2022;1:73–77.

2. Молодченков А.И., Григорьев О.Г., Шарафутдинов Я.Н. Автоматическое выявление значений факторов риска заболеваний с помощью методов искусственного интеллекта и технологии интернета вещей. *Информационные технологии и вычислительные системы*. 2021;1:83–96. https://doi.org/10.14357/20718632210109

3. Polevaya S.A., Eremin E.V., Bulanov N.A., et al. Event-Related Telemetry of Heart Rhythm for Personalized Remote Monitoring of Cognitive Functions and Stress under Conditions of Everyday Activity. *Modern Technologies in Medicine*. 2019;11(1):109–115. http://dx.doi.org/10.17691/stm2019.11.1.13

4. Kouame Amos Brou, Ivan Smirnov, Mabouh Moise Hermann. Comparison of Machine Learning Models for Coronavirus Prediction. *Advanced Engineering Research (Russia).* 2022;22(1):67–75. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2022-22-1-67-75

5. Ashish Bhargava, Elisa Akagi Fukushima, Miriam Levine, et al. Predictors for Severe COVID-19 Infection. *Clinical Infectious Diseases.* 2020;71:1962–1968. https://doi.org/10.1093/cid/ciaa674

6. Красюкова Ю.И., Вахрушева Т.А. Модель машинного обучения для определения вероятности заболевания COVID-19 по первичным признакам. *Интеллектуальные ресурсы — региональному развитию.* 2021;2:67–71.

7. Alaa Tharwat. Classification Assessment Methods. *Applied Computing and Informatics*. 2021;17(1):174.https://doi.org/10.1016/j.aci.2018.08.003

8. Yupeng Xu, Hao Dong, Mingzhu Zhou, et al. Improved Isolation Forest Algorithm for Anomaly Test Data Detection. *Journal of Computer and Communications.* 2021;9(8):49–51. https://doi.org/10.4236/jcc.2021.98004

9. Bruce P., Bruce A., Gedeck P. *Practical Statistics for Data Scientists*, 2nd ed. Boston: O'Reilly Media; 2020. 342 p.

10. Breiman L. Random Forests. *Machine Learning.* 2001;45:5–32. https://doi.org/10.1023/A:1010933404324

11. Geurts P., Ernst D., Wehenkel L. Extremely Randomized Trees. *Machine Learning.* 2006;63:3–42. https://doi.org/10.1007/s10994-006-6226-1

12. Kaur H., Singh G., Minhas J. A Review of Machine Learning Based Anomaly Detection Techniques. *International Journal of Computer Applications Technology and Research*. 2013;2(2):185–187. http://dx.doi.org/10.7753/IJCATR0202.1020

13. Кацер Ю.Д., Козицин В.О., Максимов И.В. Методы обнаружения неисправностей оборудования АЭС. *Известия высших учебных заведений. Ядерная энергетика.* 2019;4:5–27. https://doi.org/10.26583/npe.2019.4.01

14. Daniya T., Geetha M., Suresh Kumar K. Dr. Classification and Regression Trees with Gini Index. *Advances in Mathematics Scientific Journal.* 2020;9(10):8237–8247. http://dx.doi.org/10.37418/amsj.9.10.53

15. Valliappa Lakshmanan, Sara Robinson, Michael Munn. *Machine Learning Design Patterns: Solutions to Common Challenges in Data Preparation, Model Building, and MLOps*, 1st ed. Boston: O'Reilly Media; 2020. 408 p.

References

1. Tursunova ND, Shafigulina IS, Grebennikova IV, et al. Patogeneticheskie aspekty vliyaniya COVID-19 na serdechno-sosudistuyu sistemu cheloveka. *European Journal of Natural History.* 2022;1:73–77. (In Russ.)

2. Molodchenkov AI, Grigoriev OG, Sharafutdinov YaN. Automatic Calculation of Disease Risk Factors Values Using Artificial Intelligence Methods and Internet of Things Technology. *Journal of Information Technologies and Computing Systems.* 2021;1:83–96. https://doi.org/10.14357/20718632210109

3. Polevaya SA, Eremin EV, Bulanov NA, et al. Event-Related Telemetry of Heart Rhythm for Personalized Remote Monitoring of Cognitive Functions and Stress under Conditions of Everyday Activity. *Modern Technologies in Medicine*. 2019;11:109–115. http://dx.doi.org/10.17691/stm2019.11.1.13

4. Kouame Amos Brou, Ivan Smirnov, Mabouh Moise Hermann. Comparison of Machine Learning Models for Coronavirus Prediction. *Advanced Engineering Research (Russia).* 2022;22:67–75. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2022-22-1-67-75

5. Ashish Bhargava, Elisa Akagi Fukushima, Miriam Levine, et al. Predictors for Severe COVID-19 Infection. *Clinical Infectious Diseases.* 2020;71:1962–1968. https://doi.org/10.1093/cid/ciaa674

6. Krasyukova YuI, Vakhrusheva TA, Pei He Su. Machine Learning Model for Determining the Probability of Covid-19 Disease by Primary Signs. *Intellektual'nye resursy — regional'nomu razvitiyu*. 2021;2:67–71.

7. Alaa Tharwat. Classification Assessment Methods. *Applied Computing and Informatics.* 2021;17:174. https://doi.org/10.1016/j.aci.2018.08.003

8. Yupeng Xu, Hao Dong, Mingzhu Zhou, et al. Improved Isolation Forest Algorithm for Anomaly Test Data Detection. *Journal of Computer and Communications.* 2021;9:49–51. https://doi.org/10.4236/jcc.2021.98004

9. Bruce P, Bruce A, Gedeck P. *Practical Statistics for Data Scientists*, 2nd ed. Boston: O'Reilly Media; 2020. 342 p.

10. Breiman L. Random Forests. *Machine Learning.* 2001;45:5–32. https://doi.org/10.1023/A:1010933404324

11. Geurts P, Ernst D, Wehenkel L Extremely Randomized Trees. *Machine Learning.* 2006;63:3–42. https://doi.org/10.1007/s10994-006-6226-1

12. Kaur H, Singh G, Minhas J. A Review of Machine Learning Based Anomaly Detection Techniques. *International Journal of Computer Applications Technology and Research.* 2013;2:185–187. http://dx.doi.org/10.7753/IJCATR0202.1020

13. Katser ID, Kozitsin VO, Maksimov IV. NPP Equipment Fault Detection Methods. *Proc. of Universities. Nuclear Power Engineering*. 2019;4:5–27. https://doi.org/10.26583/npe.2019.4.01

14. Daniya T, Geetha M, Suresh Kumar K Dr. Classification and Regression Trees with Gini Index. *Advances in Mathematics Scientific Journal*. 2020;9:8237–8247. http://dx.doi.org/10.37418/amsj.9.10.53

15. Valliappa Lakshmanan, Sara Robinson, Michael Munn. *Machine Learning Design Patterns: Solutions to Common Challenges in Data Preparation, Model Building, and MLOps,* 1st ed. Boston: O'Reilly Media; 2020. 408 p.

Об авторах:

Межов Максим Сергеевич, ведущий эксперт ООО «Цифровые технологии и платформы» (115054, РФ, Москва, ул. Дубининская, 53, стр. 6), ORCID, msmezhov@ya.ru

Козицин Вячеслав Олегович, ведущий эксперт ООО «Цифровые технологии и платформы» (115054, РФ, Москва, ул. Дубининская, 53, стр. 6), ORCID, Vyacheslav.Kozitsin@skoltech.ru

Кацер Юрий Дмитриевич, аспирант сколковского института науки и технологии (121205, РФ, Москва, территория инновационного центра «Сколково», Большой бульвар, 30, стр. 1), ScopusID, ORCID, Iurii.katser@skoltech.ru

Заявленный вклад соавторов:

М.С. Межов — формирование основной концепции, цели и задач исследования, сбор данных, разработка моделей, расчеты и анализ результатов. В.О. Козицин — подготовка текста, формулирование выводов, предварительная обработка данных и доработка текста. Ю.Д. Кацер — контроль проведения исследования, доработка текста и корректировка выводов.

Поступила в редакцию 09.12.2022.
Поступила после рецензирования 25.01.2023.
Принята к публикации 25.01.2023.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Maksim S Mezhov, leading expert, "Digital Technologies and Platforms" LLC (53, Dubininskaya St., Moscow, 115054, RF), ORCID, msmezhov@ya.ru

Vyacheslav O Kozitsin, leading expert, "Digital Technologies and Platforms" LLC (53, Dubininskaya St., Moscow, 115054, RF), ORCID, Vyacheslav.Kozitsin@skoltech.ru

Iurii D Katser, postgraduate, Skolkovo Institute of Science and Technology (30, Bolshoy Boulevard, Moscow, 121205, RF), ScopusID, ORCID, Iurii.katser@skoltech.ru

Claimed contributorship:

MS Mezhov: basic concept formulation; research objectives and tasks; data collection; model development; calculations and analysis of the results. VO Kozitsin: text preparation; formulation of conclusions; pre-processing of data; the text revision. ID Katser: control of the study; revision of the text; correction of the conclusions.

Received 09.12.2022.
Revised 25.01.2023.
Accepted 25.01.2023.

Conflict of interest statement

The authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT







УДК 004.4
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-76-84

Научная статья



Отказоустойчивый кластер хранилища данных для аналитических запросов в банковской сфере

В.В. Сивов ✉, **В.А. Богатырев**
Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Кронверкский пр., д. 49
✉ v.sivov777@gmail.com

Аннотация

Введение. Банковский сектор придает большое значение хранению данных, поскольку это критически важный аспект бизнес-операций. Объем данных в данной сфере неуклонно растет. С увеличением объемов данных, которые необходимо хранить, обрабатывать и анализировать, крайне важно выбрать подходящее решение для хранения данных и разработать необходимую архитектуру. Представленное исследование направлено на то, чтобы заполнить пробел в существующих знаниях СУБД, подходящих для банковского сектора, а также предложить способы для отказоустойчивого кластера хранения данных. Цель работы — анализ ключевых СУБД для аналитических запросов, определение приоритетов СУБД для банковского сектора и разработка отказоустойчивого кластера хранения данных. Для выполнения требований к производительности и масштабируемости предложено решение для хранения данных с отказоустойчивой архитектурой, отвечающее требованиям банковского сектора.

Материалы и методы. Анализ предметной области позволил создать набор характеристик, которым должна соответствовать СУБД для аналитических запросов (OLAP), выполнить сравнение некоторых популярных OLAP СУБД и предложить отказоустойчивую кластерную конфигурацию, написанную на языке xml, поддерживаемую СУБД ClickHouse. Автоматизация выполнена с помощью Ansible Playbooks. Он интегрирован с системой управления версиями Gitlab и шаблонами Jinja. Таким образом достигается быстрое развертывание конфигурации на всех нодах кластера.

Результаты исследования. Для баз данных OLAP были разработаны критерии, проведен сравнительный анализ нескольких популярных систем. В результате была предложена надежная кластерная конфигурация в банковской индустрии, которая удовлетворяет требованиям аналитических запросов. Для увеличения надежности и масштабируемости СУБД процесс развертывания был автоматизирован. Также приведены детальные схемы конфигурации кластера.

Обсуждение и заключения. Составленные критерии для OLAP СУБД позволяют определить необходимость данного решения в организации. Сравнение популярных СУБД может быть использовано организациями для минимизации затрат при выборе решения. Предлагаемая конфигурация кластера хранилища данных для аналитических запросов в банковской сфере позволит повысить надежность СУБД и удовлетворить требования к последующей масштабируемости. Автоматизация развертывания кластера путем механизма шаблонизации конфигурационных файлов в Ansible Playbooks позволяет настроить готовый кластер на новых серверах за минуты.

Ключевые слова: СУБД, OLAP, хранилище данных, ClickHouse, отказоустойчивый кластер.

Благодарности. Автор выражает благодарность В. А. Богатыреву, доктору технических наук, профессору кафедры вычислительной техники Университета ИТМО, почетному работнику науки и техники РФ, проводившему экспертные интервью совместно с автором статьи.

Для цитирования. Сивов В.В., Богатырев В.А. Отказоустойчивый кластер хранилища данных для аналитических запросов в банковской сфере. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(1):76–84. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-76-84

Original article

Data Warehouse Failover Cluster for Analytical Queries in Banking

Victor V Sivov ✉, **Vladimir A Bogatyrev**
ITMO University,49, Kronverksky Pr., St. Petersburg, Russian Federation
✉ v.sivov777@gmail.com

Abstract
Introduction. The banking sector assigns high priority to data storage, as it is a critical aspect of business operations. The volume of data in this area is steadily growing. With the increasing volume of data that needs to be stored, processed and analyzed, it is critically important to select a suitable data storage solution and develop the required architecture. The presented research is aimed at filling the gap in the existing knowledge of the data base management system (DBMS) suitable for the banking sector, as well as to suggest ways for a fault-tolerant data storage cluster. The purpose of the work is to analyze the key DBMS for analytical queries, determine the priorities of the DBMS for the banking sector, and develop a fault-tolerant data storage cluster. To meet the performance and scalability requirements, a data storage solution with a fault-tolerant architecture that meets the requirements of the banking sector has been proposed.
Materials and Methods. Domain analysis allowed us to create a set of characteristics that a DBMS for analytical queries (OnLine Analytical processing — OLAP) should correspond to, compare some popular DBMS OLAP, and offer a fault-tolerant cluster configuration written in xml, supported by the ClickHouse DBMS. Automation was done using Ansible Playbook. It was integrated with the Gitlab version control system and Jinja templates. Thus, rapid deployment of the configuration on all nodes of the cluster was achieved.
Results. For OLAP databases, criteria were developed and several popular systems were compared. As a result, a reliable cluster configuration that met the requirements of analytical queries has been proposed for the banking industry. To increase the reliability and scalability of the DBMS, the deployment process was automated. Detailed diagrams of the cluster configuration were also provided.
Discussion and Conclusions. The compiled criteria for the DBMS OLAP allowed us to determine the need for this solution in the organization. Comparison of popular DBMS can be used by organizations to minimize costs when selecting a solution. The proposed configuration of the data warehouse cluster for analytical queries in the banking sector will improve the reliability of the DBMS and meet the requirements for subsequent scalability. Automation of cluster deployment by the mechanism of templating configuration files in Ansible Playbook provides configuring a ready-made cluster on new servers in minutes.

Keywords: DBMS, OLAP, data warehouse, ClickHouse, failover cluster.

Acknowledgements. The author would like to thank V. A. Bogatyrev, Dr.Sci. (Engineering), professor of the Computer Engineering Department of ITMO University, Honorary Worker of Science and Technology of the Russian Federation, who conducted expert interviews together with the authors of the article.

For citation. Sivov V.V, BogatyrevV.A. Data Warehouse Failover Cluster for Analytical Queries in Banking. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(1):76–84. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-76-84

Введение. Хранилище данных в банковской сфере является одним из ключевых бизнес-факторов. Для обеспечения безопасности информации о клиентах и транзакциях, необходимо провести меры защиты, распределения и создания резервных копий. Для оперативного анализа сотрудники должны иметь возможность делать оперативные аналитические запросы в хранилище данных, при этом не мешая работе других процессов внутри организации и не вызывая большую нагрузку на само хранилище. Базы данных (Database) и хранилище данных (Data Warehouse) — это информационные системы, в которых производится хранение данных, но они используются и для решения различных задач. В статье описано, что делают такие системы, в чем основные различия между ними и почему их эффективное использование необходимо для развития бизнеса.

Многие организации допускают ошибки в проектировании архитектуры баз и хранилищ данных, упуская из виду аспекты информационной безопасности, масштабируемости и отказоустойчивости. Актуальность этой проблемы обусловлена интенсивным развитием систем в банках, расширением сфер их применения и увеличением количества данных, нуждающихся в постоянном анализе. Для оперативного анализа большого

количества данных необходимо хранилище, которое должно соответствовать всем требованиям надежности и безопасности.

Эффективные процессы принятия решений в бизнесе зависят от качественной информации. В современной конкурентной бизнес-среде требуется гибкий доступ к хранилищу данных, организованному таким образом, чтобы повысить производительность бизнеса, обеспечить быстрое, точное и актуальное понимание данных. Архитектура хранилища данных разработана для удовлетворения подобных требований и является основой этих процессов [1–5].

Цель работы — определение приоритетной СУБД для выполнения аналитических запросов в банковской сфере и проектирование отказоустойчивого кластера хранилища данных. Данное решение существенно повысит скорость выполнения аналитических запросов, решит проблемы с масштабируемостью и надежностью хранилища данных.

Материалы и методы. База данных (Database) хранит информацию в режиме реального времени об одной конкретной части бизнеса, ее основная задача заключается в обработке ежедневных транзакций. Базы данных используют оперативную обработку транзакций (OLTP) для быстрого удаления, вставки, замены и обновления большого количества коротких онлайн-транзакций.

Хранилище данных (Data warehouse) — это система, которая собирает данные из множества различных источников внутри организации для составления отчетов и анализа, используя оперативную аналитическую обработку (OLAP) для быстрого анализа больших объемов данных. Данная система сосредоточена на чтении, а не на изменении исторических данных из множества различных источников, поэтому соблюдение требований ACID (Atomic, Consistent, Isolated and Durable) менее строгое. Хранилища данных выполняют сложные функции агрегирования, анализа и сравнения данных для поддержки принятия управленческих решений в компаниях.

Хранилище в банковской сфере может содержать:

– учетную информацию о клиентах (персональные данные, адреса, телефоны);
– информацию о банковских продуктах и услугах (кредиты, депозиты, пластиковые карточки, мобильный банк и т. д.);
– данные об операциях (включая карточные) в минимальной детализации за последние 3 года;
– сведения о счетах, остатках на них и т.д.

Для удовлетворения потребностей в онлайн-аналитической обработке запросов (OLAP) существуют отдельные типы систем управления базами данных (СУБД) [3–6]. Каждая из систем имеет свои особенности в построении архитектуры.

Для проведения эффективного анализа соответствия указанным требованиям хранилища должны:

– обладать высокой вместимостью, способной вместить огромные объемы данных (миллиарды или триллионы строк);
– быть организованы в виде широких таблиц с множеством столбцов;
– выполнять запросы с небольшим количеством столбцов;
– иметь высокую скорость выполнения запросов (в миллисекундах или секундах);
– предусматривать большую часть запросов только на чтение;
– поддерживать быструю массовую загрузку данных при их обновлении (более 1000 строк за раз) и добавлении, но без их изменения;
– обладать высокой пропускной способностью для обработки одного запроса (до миллиардов строк);
– обладать высокой надежностью;
– обеспечивать безопасность и консистентность данных.

Для OLAP-сценария работы в банковской сфере предпочтительнее использовать колоночные аналитические СУБД, поскольку в них можно хранить много столбцов в таблице, что не будет сказываться на скорости чтения данных. Колоночные СУБД обеспечивают сильное сжатие данных в столбцах, так как в одной колонке таблицы данные, как правило, однотипные, чего не скажешь о строке. Они также позволяют на более маломощном оборудовании получить прирост скорости выполнения запросов в десятки раз. При этом, благодаря компрессии, данные будут занимать на диске в 5–10 раз меньше места, чем в случае с традиционными СУБД [7–11].

В ходе анализа требований выбраны следующие колоночные СУБД: ClickHouse, Vertica, Amazon Redshift.

ClickHouse является предпочтительным решением из-за следующих преимуществ: открытый исходный код; есть возможность определять некоторые или все структуры, которые будут храниться только в памяти; высокая скорость работы; хорошая степень сжатия данных; http и интерфейс командной строки; кластер можно

горизонтально масштабировать; высокая доступность; легкость установки и настройки. Установка осуществляется на серверах организации в изолированном сегменте, что отвечает требованиям безопасности для чувствительных данных в банковской сфере. Также СУБД включена в реестр отечественного программного обеспечения, поэтому позволяет внедрять данный программный продукт в государственные компании.

Решение Amazon Redshift предоставляется только в виде облачной службы. Для организаций из банковского сектора, которые не могут размещать свои данные в облаках по ряду причин, связанных с безопасностью, данный продукт теряет свою привлекательность.

Vertica является альтернативным вариантом ClickHouse с платной лицензией для крупных кластеров и возможностью установки на локальные серверы компании.

Ниже представлена реализация архитектуры распределенного хранилища данных. Для повышения отказоустойчивости и производительности предлагается реализация распределенного отказоустойчивого кластера ClickHouse с 3 шардами и 2 репликами.

Шардинг (горизонтальное масштабирование) позволяет записывать и хранить части данных в распределенном кластере, обрабатывать и считывать их параллельно на всех нодах кластера, увеличивая пропускную способность данных.

Репликация — копирование данных на несколько серверов, поэтому каждый бит данных можно найти на нескольких нодах.

Масштабируемость определяется шардированием или сегментацией данных. Надежность хранилища данных определяется репликацией данных [12–16].

Шардирование и репликация полностью независимы, за них отвечают разные процессы. Необходимо локализовать небольшие наборы данных на одном шарде и обеспечить достаточно ровное распределение по разным шардам в кластере. Для этого в качестве ключа шардирования рекомендуется брать значение хэш-функции из поля в таблице.

В зависимости от количества доступных ресурсов и серверов, предлагается реализовать эту конфигурацию на 3 или 6 нодах. Для производственной среды рекомендуется использовать кластер из 6 нод. Следует отметить, что репликация не зависит от механизмов шардирования и работает на уровне отдельных таблиц, а также, поскольку коэффициент репликации равен 2, то каждый шард представлен в 2 нодах [17–19]. Ниже описаны варианты конфигурации.

Схема логической топологии выглядит следующим образом:

3(Шард) × 2(Реплики) = Кластер Clickhouse из 6-ти нод.

Вероятность безотказной работы системы с 2 репликами и 3 шардами на 6 нодах равна:

$$P_с = [1 - (1 - p)^2]^3.$$

Вероятность безотказной работы — это объективная возможность того, что система без восстановлений проработает время t [7, 13].

Таким образом, таблица, содержащая 30 миллионов строк, будет распределена равномерно на 3 ноды кластера. Остальные 3 ноды будут хранить реплики данных. При выводе из строя одной из нод кластера, данные будут браться из другой доступной ноды, которая содержит ее реплику, тем самым достигается надежность [20]. Кластер из 6 нод изображен на рис. 1.

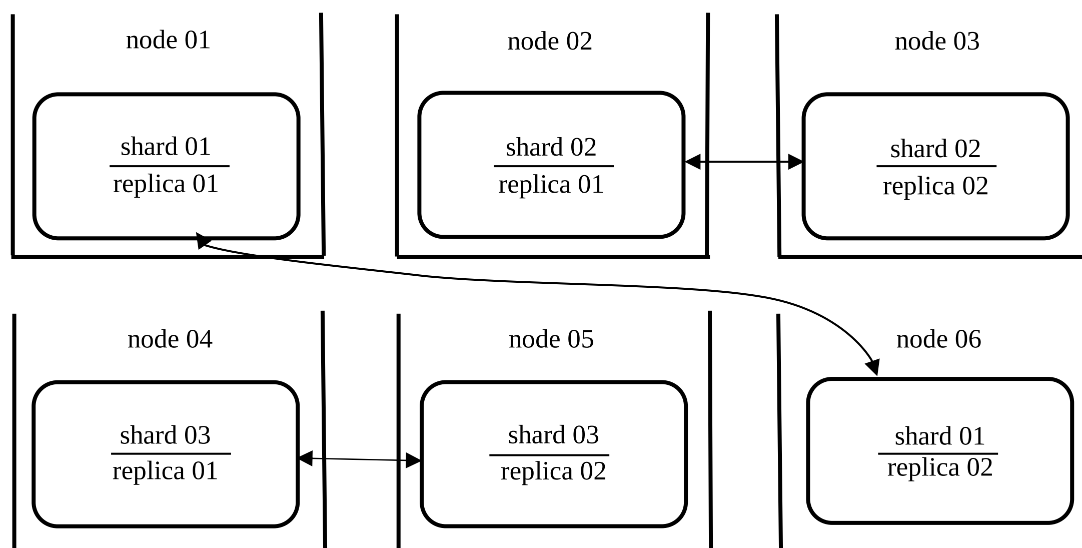


Рис. 1. Отказоустойчивый кластер из 6 нод

Для репликации данных и выполнения распределенных DDL запросов необходимо использовать +1 ноду с установленным ZooKeeper. Можно использовать также ClickHouse Keeper, совместимый с ZooKeeper, не требующий установки на отдельном сервере.

Пример фрагмента конфигурационного файла представлен на рис. 2, из которого видно, что шарде настроена репликация для 1-ой и 6-ой ноды.

```
<yandex>
    <remote_servers>
        <cluster_1>

            <shard>
                <weight>1</weight>
                <internal_replication>true</internal_replication>
                <replica>
                    <host>{{ node1 }}</host>
                    <port>9000</port>
                </replica>
                <replica>
                    <host>{{ node6 }}</host>
                    <port>9000</port>
                </replica>
            </shard>
```

Рис. 2. Фрагмент конфигурационного файла для 6 нод

Вариант конфигурации кластера из трех нод с цикличной репликацией изображен на рис. 3.

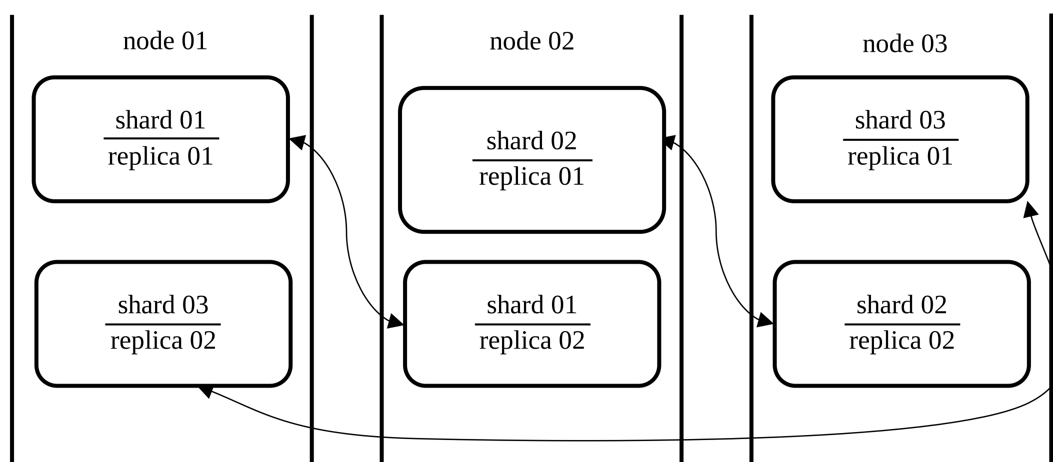


Рис. 3. Отказоустойчивый кластер из 3 нод

Для такой реализации требуется два разных сегмента, расположенных на каждой ноде. Основная проблема возникает из-за того, что каждый шард имеет одинаковое имя таблицы, ClickHouse не может отличить один шард/реплику от другого, когда они расположены на одном сервере.

Для решения данной проблемы необходимо:

– поместить каждый шард в отдельную базу данных (схему);

– установить default_database для каждого шарда;

– установить параметр internal_replication каждого шарда в true;

– использовать пустой параметр базы данных в сценарии DDL распределенной таблицы.

Для такой топологии в промышленной среде требуется 6 серверных нод, где каждый сервер хранит данные только одного сегмента, обходной путь для отдельной базы данных не требуется. Для экономии ресурсов в зоне разработки или тестирования можно использовать конфигурацию с 3 нодами.

Автоматизация выполнена с помощью Ansible Playbooks и интегрирована с системой управления версиями Gitlab. Таким образом достигается быстрое развертывание конфигурации на всех нодах кластера. При изменении конфигурации ее можно применить на всех нодах с помощью одной команды или развернуть новый кластер СУБД за несколько минут [21].

Результаты исследования. Отказоустойчивый кластер аналитической СУБД обеспечивает резервирование для важных компонентов системы, что позволяет продолжительно функционировать даже в случае возникновения ошибок в отдельных узлах кластера. Это делается за счет распределения нагрузки, репликации данных между узлами кластера и высокой надежности компонентов, используемых в кластере. Результатом является увеличение доступности и надежности аналитической СУБД, что важно для бизнеса, в котором аналитические запросы играют ключевую роль. Отказоустойчивая кластерная конфигурация хранилища данных для аналитических запросов в банковской сфере с учетом автоматизации процесса разворачивания позволяет повысить надежность аналитического хранилища данных и удовлетворить требования к масштабируемости. Разработанная задача по автоматизации развертывания кластера с использованием механизма шаблонизации конфигурационных файлов в Ansible Playbooks позволяет настроить готовый кластер на новых серверах за несколько минут. В задачи шаблона входят операции по установке необходимых пакетов, созданию необходимой конфигурации и запуску кластера.

Пример конфигурационных файлов для автоматического развертывания кластера СУБД приведен на рис. 4. Расширение j2 говорит о том, что они созданы с помощью механизма шаблонов Jinja. Специальные заполнители в шаблоне позволяют писать код, аналогичный синтаксису Python. В шаблон передаются параметры для автоматической вставки в финальный документ, тем самым достигается автоматическая сборка в зоны разработки, тестирования и промышленной эксплуатации, которая не требует ручного изменения файлов конфигурации.

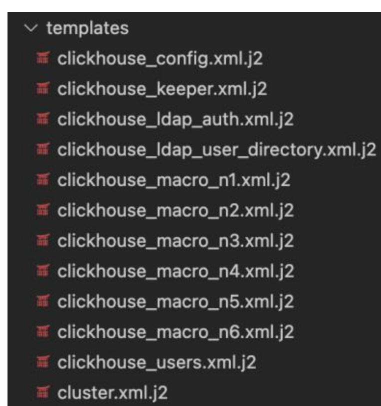


Рис. 4. Конфигурационные файлы

Описание конфигурационных файлов:

clickhouse_config.xml.j2 — общая конфигурация кластера;

clickhouse_keeper.xml.j2 — конфигурация zookeeper, которая отвечает за синхронизацию нод и репликацию;

clickhouse_ldap_auth.xml.j2 — конфигурация подключения к LDAP для обеспечения безопасности данных;

clickhouse_ldap_user_directory.xml.j2 — конфигурация с ролевой моделью по группам доступа для обеспечения безопасности данных;

clickhouse_macro_n1(6).xml.j2 — файлы макросов (для каждой ноды свой);

clickhouse_users.xml.j2 — конфигурационный файл создания локальных пользователей, необходимых для администрирования;

cluster.xml.j2 — конфигурационный файл кластера.

Для проверки надежности данной конфигурации проведен эксперимент, в ходе которого были загружены данные в кластер СУБД с коэффициентом репликации, равным 2. Созданы схемы dwh и таблицы cluster_test_data на каждой из нод кластера СУБД, а также создана распределенная таблица на кластере dwh.cluster_test_ data_ distributed. Строки таблицы dwh.test_ data_ distributed, распределенной по кластеру, равны 27 547 855. Ниже перечислены строки таблицы dwh.cluster_test_ data с каждой из нод кластера:

9186544 строк — 1-ая нода;

9182959 строк — 2-ая нода;

9182959 строк — 3-я нода;

9178352 строк — 4-ая нода;

9178352 строк — 5-ая нода;

9186544 строк — 6-ая нода.

Как можно заметить, таблица распределилась на весь кластер. Согласно конфигурации, приведенной на рис. 1, коэффициент репликации равен 2, значит, каждый блок данных будет представлен на 2 нодах. Это

можно увидеть из количества строк на нодах: шестая нода хранит копию первой, третья — копию второй, пятая — копию четвертой.

Отказоустойчивость данной конфигурации можно проверить попеременным выводом из строя нод в кластере. Для этого можно выключить ноду или остановить сервисы на одной из нод командой systemctl stop clickhouse-server. В ходе эксперимента была выполнена остановка сервисов СУБД на нодах кластера.

При одновременном отключении 3, 4, 6-ой или 1, 2, 5-ой нод, которые содержат реплики, пользователи продолжали получать данные из таблицы dwh.cluster_test_ data_ distributed, и количество строк было равным 27 547 855. При выводе из строя одной из нод, данные продолжали отображаться, а количество строк было равным 27 547 855. При одновременном отключении нод, которые содержат реплику и оригинальные данные, происходила потеря данных. Данную конфигурацию можно масштабировать на 12 нод, тогда коэффициент репликации будет равен 3, а коэффициент шардирования — 6.

Обсуждение и заключения. Предлагаемое решение может повысить скорость выполнения аналитических запросов, решить проблемы с масштабируемостью и надежностью хранилища данных в организациях банковской сферы. Авторами выполнена автоматизация развертывания кластера путем шаблонов в Ansible Playbooks, которая позволяет настроить готовый кластер на новых серверах за минуты. Данную конфигурацию можно масштабировать, увеличив количество нод и добавив их в конфигурационные файлы.

Обозначен набор характеристик, которым должна соответствовать OLAP СУБД, выполнено сравнение СУБД, предложена отказоустойчивая кластерная конфигурация хранилища данных для аналитических запросов в банковской сфере, выполнена автоматизация процесса разворачивания конфигурации. Подобное решение применимо для развертывания на FreeBSD, Linux, macOS. Приведены схемы конфигурации кластера. Данная конфигурация решит проблему, связанную с надежностью и масштабируемостью, которая часто встречается в организациях.

Список литературы

1. Sivov V.V. *Data Security in the Business Analytics System*. In: Proc. IV All-Russian Sci.-Pract. Conference with international participation “Information Systems and Technologies in Modeling and Control”. 2019. P. 142–145.

2. Solomon Negash, Paul Gray. Business Intelligence. In: *Handbook on Decision Support Systems 2.* Springer, Berlin, Heidelberg; 2008. P. 175–193.

3. Imhoff C., Galemmo N., Geiger J.G. *Mastering Data Warehouse Design: Relational and Dimensional Techniques.* John Wiley & Sons; 2003. 456 p.

4. Hugh J Watson. Tutorial: Business Intelligence – Past, Present, and Future. *Communications of the Association for Information Systems.* 2009;25:39. https://doi.org/10.17705/1CAIS.02539

5. Roscoe Hightower, Mohammad Shariat. Conceptualizing Business Intelligence Architecture. *Marketing Management Journal.* 2007;17:40–46.

6. Inmon W.H. *Building the Data Warehouse*, 4th ed. John Wiley & Sons; 2005. 576 p.

7. Bogatyrev V.A., Bogatyrev S.V., Bogatyrev A.V. Timely Redundant Service of Requests by a Sequence of Cluster. *CEUR Workshop Proceedings.* 2020;2590:1–12.

8. Henning Baars, Hans-George Kemper. Management Support with Structured and Unstructured Data — An Integrated Business Intelligence Framework. *Information Systems Management.* 2008;25:132–148.

9. Rachmiel A.G., Morgan N.P., Danielewski D. *Batch Management of Metadata in a Business Intelligence Architecture.* U.S. Patent No. 8,073,863 B2. 2011.

10. Dehne F., Eavis T., Rau-Chaplin A. The cgmCUBE Project: Optimizing Parallel Data Cube Generation for ROLAP. *Distributed and Parallel Databases.* 2006;19:29–62.

11. Bogatyrev V., Bogatyrev S., Bogatyrev A. Timely Redundant Service of Requests by a Sequence of Cluster. *CEUR Workshop Proceedings.* 2020;2590:1–12.

12. Milenin E.I., Sivov V.V. Simulation Model of Information Interaction of Measuring Devices in an Automated Environmental Monitoring System Based on IoT Technologies. *CEUR Workshop Proceedings.* 2021;2834:484–492.

13. Bogatyrev V.A., Bogatyrev S.V., Golubev I.Yu. Optimization and the Process of Task Distribution between Computer System Clusters. *Automatic Control and Computer Sciences.* 2012;46(3):103–111.

14. Cuzzocrea A., Il-Yeol Song, Davis K.C. *Analytics over Large-Scale Multidimensional Data: The Big Data Revolution!* In: Proc. DOLAP 2011, ACM 14th International Workshop on Data Warehousing and OLAP. 2011. P. 101–104. http://dx.doi.org/10.1145/2064676.2064695

15. Sivov V.V. *Sravnenie klyuchevykh programmnykh produktov dlya biznes-analitiki v bankovskoi sfere.* In: Proc. VI Int. Sci.-Pract. Conf. “Informatsionnye sistemy i tekhnologii v modelirovanii i upravlenii”. 2021. P. 281–287. (In Russ.)

16. Cuzzocrea A., Bertino E. Privacy Preserving OLAP over Distributed XML Data: A Theoretically-Sound Secure-Multiparty-Computation Approach. *Journal of Computer and System Sciences.* 2011;77:965–987. http://dx.doi.org/10.1016/j.jcss.2011.02.004

17. Cattell R. Scalable SQL and NoSQL Data Stores. *ACM SIGMOD Record.* 2010;12:12–27. https://doi.org/10.1145/1978915.1978919

18. Turban E., Sharda R., Delen D., et al. *Decision Support and Business Intelligence Systems* 9th ed. Pearson College Div; 2010. 696 p.

19. Olszak C.M., Ziemba E. Approach to Building and Implementing Business Intelligence Systems. *Interdisciplinary Journal of Information, Knowledge, and Management.* 2007;2:135–148. http://dx.doi.org/10.28945/105

20. Sarawagi S., Agrawal R., Megiddo N. *Discovery-Driven Exploration of OLAP Data Cubes*. In: Proc. Int. Conf. on Extending Database Technology – EDBT' 1998. Berlin: Springer, Berlin, Heidelberg; 1998. P. 168–182.

21. Anandarajan M., Anandarajan A., Srinivasan C.A. (eds.) *Business Intelligence Techniques. A Perspective from Accounting and Finance.* Berlin: Springer-Verlag Berlin; 2004. 268 p.

References

1. Sivov VV. *Data Security in the Business Analytics System*. In: Proc. IV All-Russian Sci.-Pract. Conference with international participation “Information Systems and Technologies in Modeling and Control”. 2019. P. 142–145.

2. Solomon Negash, Paul Gray. Business Intelligence. In: *Handbook on Decision Support Systems 2*. Springer, Berlin, Heidelberg; 2008. P. 175–193.

3. Imhoff C, Galemmo N, Geiger JG. *Mastering Data Warehouse Design: Relational and Dimensional Techniques.* John Wiley & Sons; 2003. 456 p.

4. Hugh J Watson. Tutorial: Business Intelligence – Past, Present, and Future. *Communications of the Association for Information Systems*. 2009;25:39. https://doi.org/10.17705/1CAIS.02539

5. Roscoe Hightower, Mohammad Shariat. Conceptualizing Business Intelligence Architecture. *Marketing Management Journal.* 2007;17:40–46.

6. Inmon WH. Building the Data Warehouse, 4th ed. John Wiley & Sons; 2005. 576 p.

7. Bogatyrev VA, Bogatyrev SV, Bogatyrev AV. Timely Redundant Service of Requests by a Sequence of Cluster. *CEUR Workshop Proceedings.* 2020;2590:1–12.

8. Henning Baars, Hans-George Kemper. Management Support with Structured and Unstructured Data — An Integrated Business Intelligence Framework. *Information Systems Management*. 2008;25:132–148.

9. Rachmiel AG, Morgan NP, Danielewski D. *Batch Management of Metadata in a Business Intelligence Architecture.* U.S. Patent No. 8,073,863 B2. 2011.

10. Dehne F, Eavis T, Rau-Chaplin A. The cgmCUBE Project: Optimizing Parallel Data Cube Generation for ROLAP. *Distributed and Parallel Databases.* 2006;19:29–62.

11. Bogatyrev V, Bogatyrev S, Bogatyrev A. Timely Redundant Service of Requests by a Sequence of Cluster. *CEUR Workshop Proceedings.* 2020;2590:1–12.

12. Milenin EI, Sivov VV. Simulation Model of Information Interaction of Measuring Devices in an Automated Environmental Monitoring System Based on IoT Technologies. *CEUR Workshop Proceedings.* 2021;2834:484–492.

13. Bogatyrev VA, Bogatyrev SV, Golubev IYu. Optimization and the Process of Task Distribution between Computer System Clusters. *Automatic Control and Computer Sciences.* 2012;46(3):103–111.

14. Cuzzocrea A, Il-Yeol Song, Davis KC. *Analytics over Large-Scale Multidimensional Data: The Big Data Revolution!* In: Proc. DOLAP 2011, ACM 14th International Workshop on Data Warehousing and OLAP. 2011. P. 101–104. http://dx.doi.org/10.1145/2064676.2064695

15. Sivov VV. *Sravnenie klyuchevykh programmnykh produktov dlya biznes-analitiki v bankovskoi sfere.* In: Proc. VI Int. Sci.-Pract. Conf. “Informatsionnye sistemy i tekhnologii v modelirovanii i upravlenii”. 2021. P. 281–287. (In Russ.)

16. Cuzzocrea A, Bertino E. Privacy Preserving OLAP over Distributed XML Data: A Theoretically-Sound Secure-Multiparty-Computation Approach. *Journal of Computer and System Sciences.* 2011;77:965–987. http://dx.doi.org/10.1016/j.jcss.2011.02.004

17. Cattell R. Scalable SQL and NoSQL Data Stores. *ACM SIGMOD Record.* 2010;12:12–27. https://doi.org/10.1145/1978915.1978919

18. Turban E, Sharda R, Delen D, et al. *Decision Support and Business Intelligence Systems* 9th ed. Pearson College Div; 2010. 696 p.

19. Olszak CM, Ziemba E. Approach to Building and Implementing Business Intelligence Systems. Interdisciplinary *Journal of Information, Knowledge, and Management.* 2007;2:135–148. http://dx.doi.org/10.28945/105

20. Sarawagi S, Agrawal R, Megiddo N. *Discovery-Driven Exploration of OLAP Data Cubes.* In: Proc. Int. Conf. on Extending Database Technology – EDBT' 1998. Berlin: Springer, Berlin, Heidelberg; 1998. P. 168–182.

21. Anandarajan M, Anandarajan A, Srinivasan CA. (eds.) *Business Intelligence Techniques. A Perspective from Accounting and Finance.* Berlin: Springer-Verlag Berlin; 2004. 268 p.

Об авторах:

Сивов Виктор Валерьевич, аспирант кафедры «Вычислительная техника» Санкт-Петербургского национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики (197101, РФ, г. Санкт-Петербург, Кронверкский проспект, д. 49), ORCID, v.sivov777@gmail.com

Богатырев Владимир Анатольевич, доктор технических наук, профессор кафедры «Вычислительная техника» Санкт-Петербургского национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики (197101, РФ, г. Санкт-Петербург, Кронверкский проспект, д. 49), профессор кафедры «Информационная безопасность» Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения (190000, РФ, г. Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 67, лит. А), ORCID, ScopusID

Заявленный вклад соавторов:

В.В. Сивов — формирование основной концепции, цели и задачи исследования, проведение расчетов, подготовка текста, анализ результатов исследований, формирование выводов. В.А. Богатырев — научное руководство, анализ результатов исследований, доработка текста, корректировка выводов.

Поступила в редакцию 01.02.2023.
Поступила после рецензирования 17.02.2023.
Принята к публикации 20.02.2023.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Victor V Sivov, postgraduate of the Computer Science Department, ITMO University (49, Kronverksky Pr., St. Petersburg, 197101, RF), ORCID, v.sivov777@gmail.com

Vladimir A Bogatyrev, professor of the Computer Science Department, ITMO University (49, Kronverksky Pr., St. Petersburg, 197101, RF), professor of the Information Systems Security Department, State University of Aerospace Instrumentation (67, Bolshaya Morskaya St., Saint Petersburg, 190000, RF), Dr.Sci. (Eng.), ORCID, ScopusID

Claimed contributorship:

VV Sivov: basic concept formulation; research objectives and tasks; computational analysis; analysis of the research results; formulation of conclusions. VA Bogatyrev: academic advising; analysis of research results; revision of the text; correction of the conclusions.

Received 01.02.2023.
Revised 17.02.2023.
Accepted 20.02.2023.

Conflict of interest statement

The authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT







УДК 519.873+ 519.876.2
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-85-94

Научная статья



Двухкритериальный метод обеспечения ресурсосбережения в краевом и туманном слоях сети

А.Б. Клименко

Институт информационных наук и технологий безопасности РГГУ, Российская Федерация, г. Москва, ул. Кировоградская, д. 25

✉ Anna_klimenko@mail.ru

Аннотация

Введение. В настоящее время концепции туманных и краевых вычислений используются широким кругом приложений самой различной направленности. Одной из ключевых проблем организации вычислений в группах мобильных устройств, составляющих краевой/туманный слой, является обеспечение выполнения миссии на основе наличия заряда батареи. В связи с этим к настоящему времени представлено немало разработок, направленных на энергосбережение систем устройств. Однако очень важный аспект остается за рамками рассмотрения проблемы ресурсосбережения, а именно — вопрос сбережения остаточного ресурса вычислительного устройства. Целью данного исследования является формализация задачи распределения нагрузки как двухкритериальной задачи оптимизации и выбор базового метода ее решения.

Материалы и методы. В рамках данной статьи предлагается подход к ресурсосбережению на основе оценивания двух критериев устройств: ресурса батареи и остаточного ресурса вычислительного устройства. Остаточный ресурс вычислительного устройства может быть оценен при помощи значений вероятности безотказной работы устройства или как величина, обратная интенсивности отказов с учетом того, что при моделировании используется экспоненциальный закон распределения отказов. На основе этого сформулирована модель задачи двухкритериальной оптимизации с учетом динамики топологии сети в процессе выполнения пользовательской миссии. Динамика топологии отражена в модели как последовательность топологий, каждая из которых соответствует определенному отрезку времени функционирования системы.

Результаты исследования. На основании представленной модели задачи двухкритериальной оптимизации предложен метод обеспечения ресурсосбережения в краевом и туманном слое сети, отражающий специфику динамических слоев сети, а также учитывающий важность критериев оценивания расхода ресурсов устройств. Проведен эксперимент, позволяющий оценить влияние способа распределения задач по сетевому кластеру на вероятность безотказной работы устройств и на средний остаточный ресурс.

Обсуждение и заключения. Проведенный эксперимент демонстрирует целесообразность применения разработанного метода, поскольку распределение задач по исполняющим устройствам оказывает существенное влияние (до 25 % по итогам эксперимента) на средний остаточный ресурс вычислительного устройства.

Ключевые слова: ресурсосбережение, планирование вычислений, туманные вычисления, краевые вычисления, оптимизация.

Благодарности. Автор выражает признательность руководству Института информационных наук и технологий безопасности Российского государственного гуманитарного университета за помощь, оказанную в процессе подготовки проекта.

Для цитирования. Клименко А.Б. Двухкритериальный метод обеспечения ресурсосбережения в краевом и туманном слоях сети. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(1):85–94. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-85-94

Original article

Two-Criteria Technique for the Resource-Saving Computing in the Fog and Edge Network Tiers

Anna B Klimenko
Institute of IT and Security Technologies, RSUH, 25, Kirovogradskaya St., Moscow, Russian Federation
✉ Anna_klimenko@mail.ru

Abstract
Introduction. At present, the concepts of fog and edge computing are used in a wide range of applications of various kinds. One of the key problems in the organization of computing in groups of mobile devices that make up the edge/fog layer is the mission assurance based on battery power availability. In this context, a lot of developments aimed at energy saving of device systems have been presented to date. However, one important aspect remains beyond the consideration of the problem of resource saving, namely, the issue of saving the residual resource of a computing device. The aim of this research is to formalize the workload distribution problem as two-criteria optimization problem, and to develop the basic solution technique.
Materials and Methods. Within the framework of this article, an approach to resource saving is proposed. It is based on the evaluation of two device criteria: battery life and residual resource of a computing device. The residual resource of a computing device can be estimated using the probability of failure-free operation of the device, or as the reciprocal of the failure rate, taking into account that the exponential law of failure distribution is used in the simulation. From this, a model of the problem of two-criteria optimization is formulated, taking into account the dynamics of the network topology in the process of performing a user mission. The topology dynamics is reflected in the model as a sequence of topologies, each of which corresponds to a certain period of time of the system operation.
Results. Based on the proposed model of the two-criteria optimization problem, a method was proposed for resource saving in the edge and foggy layers of the network. It reflected the specifics of the dynamic layers of the network, and also took into account the importance of the criteria for estimating the consumption of device resources. An experiment was conducted to evaluate the impact of the method of distributing tasks over a network cluster on the probability of failure-free operation of devices and on the average residual resource.
Discussion and Conclusions. The conducted experiment has demonstrated the feasibility of using the developed method, since the distribution of tasks among executing devices had a significant impact (up to 25 % according to the results of the experiment) on the average residual resource of a computing device.

Keywords: resource saving, calculation planning, fog computing, edge computing, optimization.

Acknowledgements. The author would like to thank the management of the Institute of IT and Security Technologies, Russian State University for the Humanities, for the assistance provided during the preparation of the project.

For citation. Klimenko AB. Two-Criteria Technique for the Resource-Saving Computing in the Fog and Edge Network Tiers. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(1):73–81. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-73-81

Введение. В настоящее время широкое применение нашли приложения, использующие краевой и туманный сегменты сети [1–5]. Распределенные вычисления, выполняемые на узлах этих сегментов, имеют существенное отличие от распределенных вычислений, выполняемых в облачных структурах, а именно — относительно высокую динамику топологии и, помимо этого, наличие определенных расстояний между используемыми узлами. Это приводит к необходимости учета данного параметра при моделировании времени информационных обменов между исполняемыми задачами. Существование динамики топологии объясняется тем, что устройства края сети — это, как правило, пользовательские устройства (включая разного рода датчики, смартфоны, ноутбуки и т.д.), которые принадлежат определенным людям и могут быть перемещены, выключены, доступ к данным/ресурсам может быть запрещен. Все они при этом находятся в зависимости от наличия заряда батареи (источника питания) [6, 7]. Туманный слой сети менее динамичен, однако и для него характерно все перечисленное в той или иной степени: наличие определенного расстояния между узлами с присутствием транзитных участков сети, возможная мобильность самих узлов. Например, в случае обработки данных группами мобильных устройств. Интересным примером в этом смысле являются группы низкоорбитальных спутников, которые к настоящему времени используются для обработки данных, но при этом узлы смещаются относительно поверхности Земли с достаточно высокой скоростью (время доступа — порядка нескольких минут) и, следовательно, возникает вопрос о маршрутизации и передаче результатов обработки на наземные станции [8].

В рамках вопросов ресурсосбережения используемых устройств в динамичных слоях сети был опубликован ряд работ [9–11], в которых внимание акцентируется на энергосбережении. Как правило, модель предполагает наличие зависимости потребляемой энергии устройства от его загруженности [12]. При этом вне фокуса исследований остался такой важный фактор как сбережение остаточного вычислительного ресурса устройства [13].

Остаточный вычислительный ресурс устройства — это величина, тесно связанная с такими надежностными характеристиками, как вероятность безотказной работы и гамма-процентная наработка на отказ. Также средний остаточный ресурс, с учетом использования экспоненциального закона распределения интенсивности отказов, характеризуется следующим выражением:

$$R(\tau) = \frac{1}{P(\tau)} \int_{\tau}^{\infty} P(x) dx, \qquad (1)$$

где $P(x)$ — вероятность безотказной работы (ВБР) объекта в течение времени x.

Для экспоненциального закона распределения ресурса ВБР определяется как:

$$P(x) = e^{-\lambda x}, \qquad (2)$$

где λ — интенсивность отказов, $\lambda > 0$.

Тогда согласно формуле (1), средний остаточный ресурс определяется по следующей формуле:

$$R(\tau) = R = \frac{1}{\lambda}. \qquad (3)$$

При этом имеются работы, посвященные связи величин ВБР, гамма-процентной наработки на отказ и среднего остаточного ресурса от температуры вычислительного элемента устройства, которая, в свою очередь, описана как функция от загруженности устройства [14–16]. Задача ресурсосбережения устройства также может быть поставлена как задача максимизации среднего остаточного ресурса устройства.

Таким образом, проблема ресурсосбережения рассматривается в современных работах либо как задача минимизации расхода электроэнергии устройств, либо как задача сбережения остаточного вычислительного ресурса.

Однако в современных условиях целесообразно говорить о двухкритериальной оптимизации расхода ресурсов устройств по следующим причинам:

– электроэнергия — восполняемый, но критичный для выполнения миссии устройства ресурс, будь то датчик информационно-управляющей системы или управляемое мобильное устройство;

– остаточный вычислительный ресурс определяет длительность целесообразной эксплуатации устройства, а время эксплуатации, соответственно, складывается из миссий, выполненных устройством.

Поэтому целью данного исследования являлась разработка метода ресурсосбережения для устройств динамичных слоев сети, в рамках которого бы оценивание проводилось на основании двух критериев — расхода электроэнергии и расхода вычислительного ресурса устройства.

Материалы и методы. Определим понятие «миссия группы устройств» как заранее определенную последовательность решения группой устройств комплекса вычислительных задач, связанных информационными обменами. Миссия группы устройств может быть описана ациклическим графом, вершины которого будут взвешены трудоемкостями задач, а дуги, соответственно, будут определять ограничения следования и объемы данных, передаваемых задачами. Пусть миссия описывается графом $W = \{w_l, z_l, I\}$, где w_l — трудоемкость задачи, z_l — доля задачи, выполненная к моменту смены топологий, I — матрица объемов данных, передаваемых между задачами. Группа устройств в динамическом слое сети описывается набором графов, каждый из которых определяет топологию сети в момент времени t_i. Будем считать, что время выполнения миссии включает некоторый временной интервал с дискретными моментами времени $[t_0, t_1, \ldots t_k]$, каждому из которых соответствует граф топологии $G_i=\{<p_{ij}, e_{ij}, R_{ij}>, H\}$, $j=1\ldots m$, p_{ij} — производительность j-го узла i-й топологии, e_{ij} — энергоресурс j-го узла i-й топологии, R_{ij} — средний остаточный вычислительный ресурс j-го узла i-й топологии, m — число устройств в группе, H — матрица сетевых соединений между узлами. Также примем допущение о том, что в каждый последующий момент времени t_{i+1} для графов G_{i+1} и G_i справедливо следующее: по меньшей мере одна из вершин, принадлежащая G_i, будет содержаться в G_{i+1}, что необходимо для продолжения выполнения миссии.

Также будем считать, что обеспечивается, в случае изменения графа топологии в момент времени t_{i+1}, возможность переназначения задач, которые в i-й топологии выполнялись на узлах, переставших существовать в $i+1$ момент времени, на любые из узлов топологии $i+1$, имеющиеся в наличии. При этом сделаем допущение о том, что перенесенные на новые узлы задачи начинают выполняться на том же месте, где было прервано их исполнение.

Оценивание остаточного вычислительного ресурса будет реализовано следующим образом: для оценки ВБР устройства туманного слоя будем использовать выражения, предложенные в [17, 18]:

$$\lambda = \lambda_0 \cdot 2^{\frac{kD}{10}}, \tag{4}$$

где D — загрузка вычислителя (в долях).

$$D = \frac{w_i}{p_j \cdot t_{constraint}}, \tag{5}$$

где w_i — трудоемкость выполняемой работы.

Соответственно может быть оценена ВБР (t), а также средний остаточный ресурс:

$$P(t) = e^{-\lambda t} = e^{-\lambda_0 \cdot t \cdot 2^{kD/10}} = e^{-\lambda_0 \cdot t \cdot 2^{kw/10\, pt_{constraint}}}, \tag{6}$$

где $t_{constraint}$ — ограничение по времени, за которое должна быть выполнена задача узлом, чтобы уложиться в ограничение по времени выполнения миссии t_m.

При оценивании остаточного энергетического ресурса также будем полагать, что расход энергии пропорционален загруженности вычислительного узла и больше энергетических затрат не имеется:

$$E_{jm} = E_{j0} - \xi D, \tag{7}$$

где E_{j0} — исходный уровень энергии в наличии; E_{jm} — остаточный уровень; ξ — коэффициент, выражающий зависимость между нагрузкой вычислительного элемента и его энергозатратами.

Результатом работы двухкритериального метода обеспечения ресурсосбережения будет последовательность распределений нерешенных еще задач миссии за время $[t_0, t_{i-1}]$ по топологии G_i с учетом того, что часть задач, находящихся в процессе решения на узлах, наследуемых из топологии G_{i-1}, остаются на своих местах и не переносятся: $A = \{A_l\}$;

$$A_l = \begin{vmatrix} t_{11} & \dots & \dots \\ \dots & t_{lj} & \dots \\ \dots & \dots & t_{lk} \end{vmatrix}. \tag{8}$$

Матрица A описывает распределение нерешенных задач, для которых $z_l<1$. При этом количество узлов соответствует новой топологии G_i. Узлы, унаследованные от топологии G_{i-1}, перенумеровываются и занимают индексы, начиная с 1.

Поскольку выполнение миссии может включать более одной топологии, проведем декомпозицию задачи следующим образом: воспользуемся «жадной» стратегией и будем полагать, что удовлетворяющее решение (минимизация ресурсопотребления, оцениваемое двумя выбранными критериями) может быть получено, если для каждой топологии мы будем выбирать наилучшее решение.

То есть модель задачи будет иметь следующий вид: $\forall g_l, z_l < 1, t_i > 0$ получить такое A_i, что $R(t_m)$ $R_j(t_m) \to \max, e_j(t_m) \to \max$, при $\max(A_{ljk}) \le t_m$.

Рассмотрим возможную приоритетность сформулированных целевых функций. Для каждой отдельно взятой топологии необходимо минимизировать как расход электроэнергии, так и расход вычислительного ресурса. В некоторых частных случаях может быть достигнуто совпадение целей оптимизации для двух критериев. Например, задача распределяется на узел таким образом, что обеспечит ему минимальную загруженность вычислительного элемента и при этом минимальный расход энергопотребления.

Однако, такая ситуация возможна не всегда. Например, имеется узел, загруженный менее прочих вычислениями, но при этом его энергоресурс практически исчерпан. Назначая на него задачу, мы ставим выполнение миссии под угрозу (либо необходима смена топологий по мере окончания запаса электроэнергии), а назначая задачу на узел более загруженный, мы ухудшаем значение критерия остаточного вычислительного ресурса. Противоположная ситуация также может иметь место: узел с большим остаточным энергоресурсом может иметь низкий остаточный вычислительный ресурс как результат участия в предыдущих миссиях устройств.

Поэтому целесообразно провести ранжирование целевой функции (ЦФ) по важности, на основе чего выбрать дальнейший метод решения.

Для миссий, критически важных к выполнению, ведущую роль играет ресурс батареи устройства [19–21]. Соответственно, ЦФ, определяющая остаточный вычислительный ресурс, может быть сведена к дополнительному ограничению. Невыполненные задачи миссии будут дораспределяться в зависимости от остаточного заряда батареи.

Следует отметить, что и для миссий, не обладающих критичностью выполнения, справедливо сказанное выше. В случае, если устройство лишится заряда батареи, не выполнив миссию, оно может быть утеряно. Тогда оптимизация вычислительного ресурса станет бессмысленной.

С другой стороны, сводя остаточный вычислительный ресурс к ограничению, решение может быть не получено вовсе по причине отсутствия доступных узлов, характеристики которых бы ему удовлетворяли.

Результаты исследования. Многокритериальные задачи оптимизации, как правило, сводят к решению одной и более однокритериальных задач. В данном случае более целесообразно оставить одну ЦФ, а вторую представить в качестве ограничения.

Для рассматриваемой системы выполнение миссии критично для каждого узла, поэтому преобразуем ЦФ по энергопотреблению в ограничение, выполнение которого отсечет неприемлемые варианты по распределению задач по узлам. Далее в рамках полученного множества узлов распределение будет происходить с минимизацией расхода остаточного вычислительного ресурса.

Опишем основные этапы двухкритериального метода обеспечения ресурсосбережения, как основного результата проведенного исследования:

– на имеющейся G_i-топологии выбрать узлы, обладающие достаточным для завершения миссии без смены топологии энергоресурсом;

– произвести распределение задач миссии по выбранным узлам таким образом, чтобы для незанятых узлов, к которым будут прикреплены нерешенные еще задачи, минимизировать расход вычислительного ресурса.

Допустимо ранжирование узлов, полученных на первом шаге метода, по убыванию наличия энергоресурса. Но тогда, распределяя задачи в первую очередь по узлам с максимальным количеством энергоресурса, может возникать ухудшение значений критерия остаточного вычислительного ресурса.

Проиллюстрируем зависимость значений ВБР устройств от выбора узла для решения задачи (в данном эксперименте сравниваем состояния узлов при передаче поступающих данных и при их обработке).
Топология представлена на рис. 1.

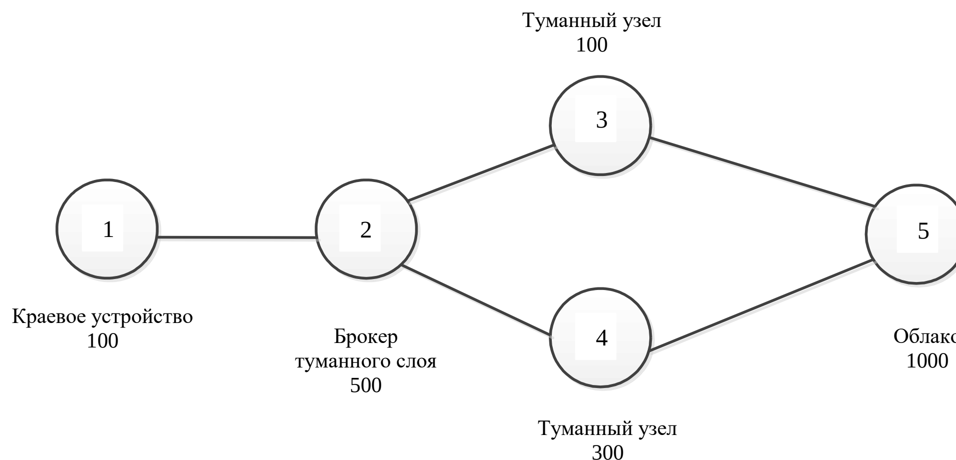


Рис. 1. Экспериментальный фрагмент топологии сети

Эксперимент проводится для 10 временных отрезков, каждый из которых по 100 часов при следующих значениях параметров: Wreceive (объем получаемых задачей данных) — 500 ед., Wsend (объем отправляемых задачей данных) — 100 ед., Wprocess (трудоемкость обработки данных) — 150 ед., Tdecl (время, отводимое на решение задачи) — 50 ед.

Далее приведены графики ВБР-узлов в зависимости от того, обрабатывает ли узел данные или только передает их (рис. 2–5).

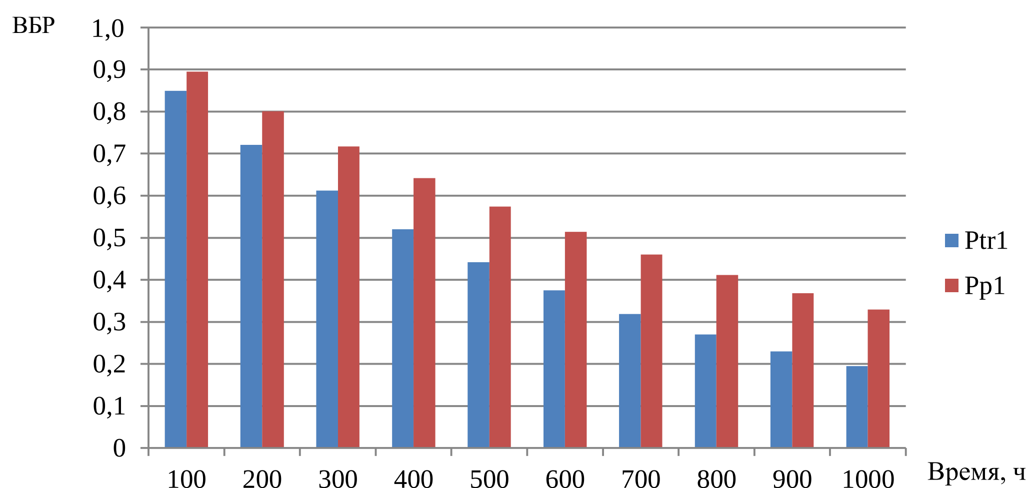


Рис. 2. Сравнение значений ВБР для узла 1 при обработке данных (Pp1) и при передаче данных (Ptr1)

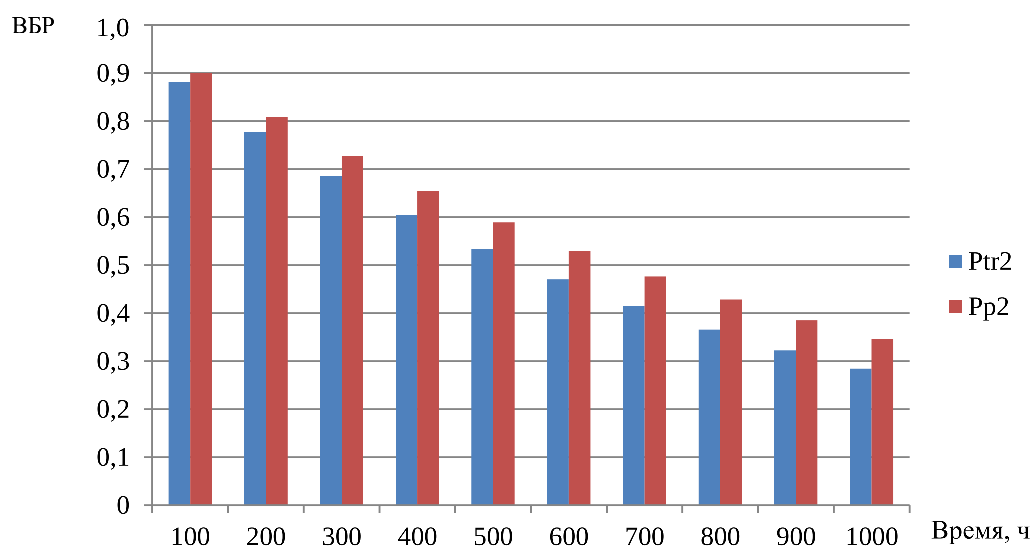


Рис. 3. Сравнение значений ВБР для узла 2 при обработке данных (Pp2) и при передаче данных (Ptr2)

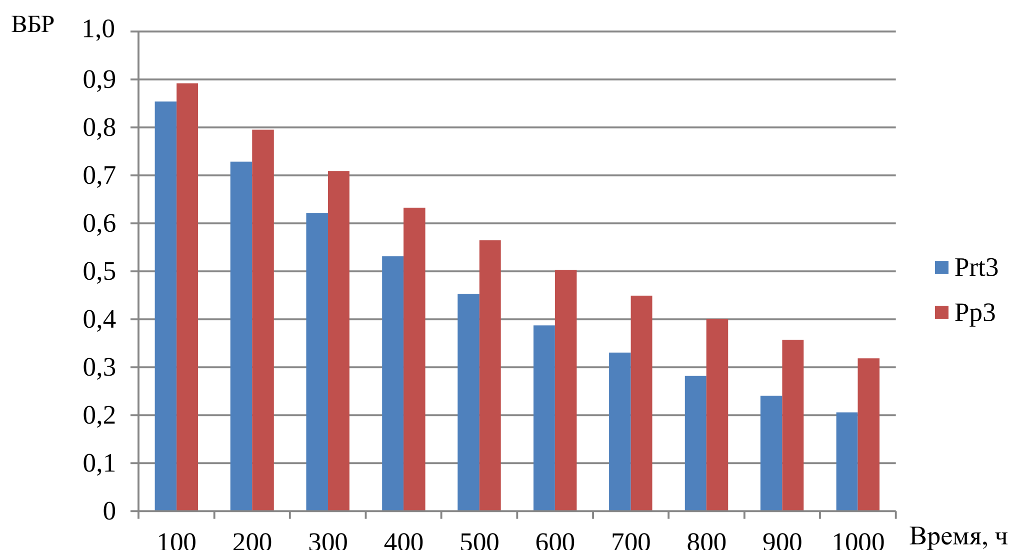


Рис. 4. Сравнение значений ВБР для узла 3 при обработке данных (Pp3) и при передаче данных (Ptr3)

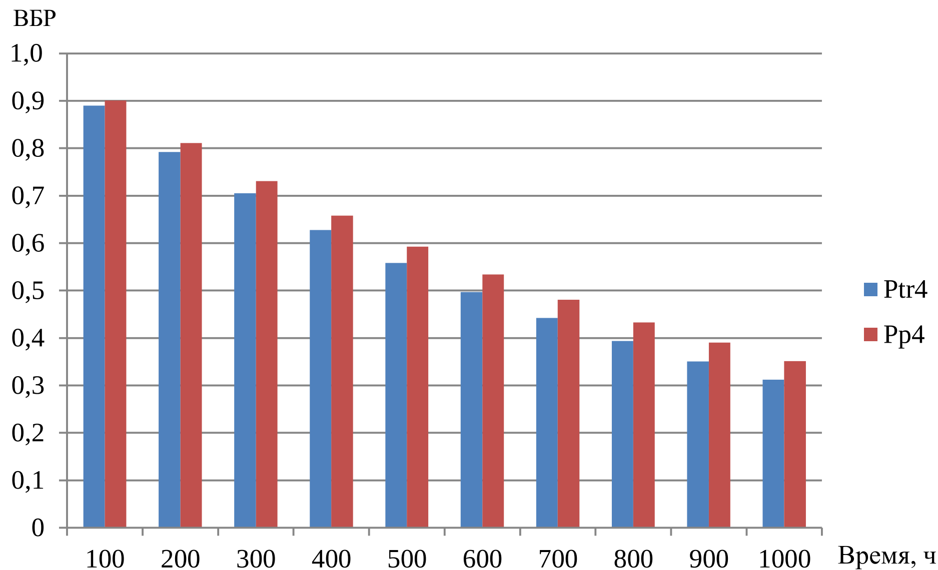


Рис. 5. Сравнение значений ВБР для узла 4 при обработке данных (Pp4) и при передаче данных (Ptr4)

Далее на рис. 6 представлено сравнение различий в значениях среднего остаточного вычислительного ресурса.

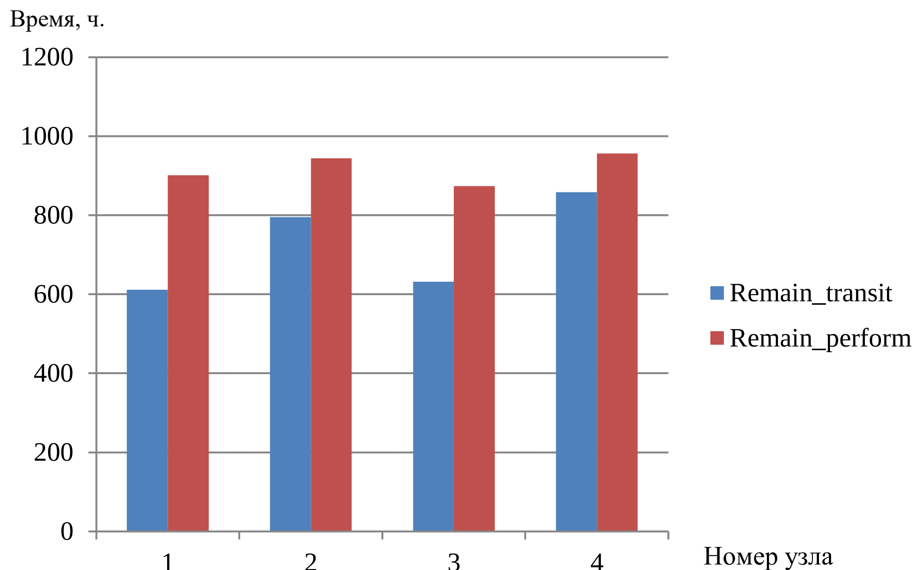


Рис. 6. Сравнение значений среднего остаточного ресурса для узлов 1–4 при транзите данных (Remain_transit) и при обработке данных (Remain_perform)

Обсуждение и заключения. В статье предложен двухкритериальный метод обеспечения ресурсосбережения в краевом и туманном слоях сети, который отличается от ранее представленных в предметной области организации распределенных вычислений в динамических слоях сети тем, что учитывает одновременно состояние батареи устройства (что критично для выполнения миссии) и остаточный ресурс вычислительного устройства (что влияет на длительность целесообразного использования устройства за пределами выполняемой миссии).

В основу разработанного метода положена сформулированная задача двухкритериальной оптимизации, которую затем предлагается свести к однокритериальной, переведя ЦФ остатка энергоресурса в ограничение.

Отсекая узлы, заранее не подходящие по уровню заряда батареи, далее распределение задач происходит по критерию остаточного вычислительного ресурса.

Проведенный эксперимент позволяет сравнить результаты распределения задачи по узлам при наличии информационных взаимодействий между задачами. Наглядно показано, что способ распределения задач существенно влияет на величину остаточного ресурса вычислительного устройства (до 25 %). Таким образом, возможны улучшения показателей ресурсопотребления устройств, участвующих в вычислениях в краевом и туманном слоях сети.

Список литературы

1. Mehbub Alam, Nurzaman Ahmed, Rakesh Matam, et al. *L3Fog: Fog Node Selection and Task Offloading Framework for Mobile IoT*. In: Proc. IEEE Conference on Computer Communications Workshops — IEEE INFOCOM 2022. P. 1-6. https://doi.org/10.1109/INFOCOMWKSHPS54753.2022.9798118

2. Abdelfettah Maatoug, Ghalem Belalem, Saïd Mahmoudi. A Location-Based Fog Computing Optimization of Energy Management in Smart Buildings: DEVS Modeling and Design of Connected Objects. *Frontiers of Computer Science*. 2023;17:172501. https://doi.org/10.1007/s11704-021-0375-z

3. Abohamama A.S., Amir el Ghamry, Eslam Hamouda. Real-Time Task Scheduling Algorithm for IoT-Based Applications in the Cloud–Fog Environment. *Journal of Network and Systems Management*. 2022;30(4):54. https://doi.org/10.1007/s10922-022-09664-6

4. Saad Ahmad Khan, Muhammad Abdullah, Waheed Iqbal, et al. Efficient Job Placement Using Two-Way Offloading Technique over Fog-Cloud Architectures. *Cluster Computing*. 2022;154:1–19. http://dx.doi.org/10.1007/s10586-022-03750-9

5. Rajasi Gore, Shashwati Banerjea, Neeraj Tyagi. A Heterogeneous Soft-Hard Fusion Framework on Fog Based Private SaS Model for Smart Monitoring of Public Restrooms. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*. 2022. Vol. 63. https://doi.org/10.1007/s12652-022-04401-y

6. Haibo Wang, Hongli Xu, He Huang, et al. Robust Task Offloading in Dynamic Edge Computing. *IEEE Transactions on Mobile Computing*. 2021;22:500–514. https://doi.org/10.1109/TMC.2021.3068748

7. Enlu Liu, Xiaoheng Deng, Zhi Cao, et al. *Design and Evaluation of a Prediction-Based Dynamic Edge Computing System*. In: Proc. 2018 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM). 2018. P. 1–6. https://doi.org/10.1109/GLOCOM.2018.8647199

8. Fraire J.A., Gerstacker C., Hermanns H., et al. On the Scalability of Battery‐Aware Contact Plan Design for LEO Satellite Constellations. *International Journal of Satellite Communications and Networking*. 2020;39:193–204. https://doi.org/10.1002/sat.1374

9. Yung-Ting Chuang, Chiu-Shun Hsiang. A Popularity-Aware and Energy-Efficient Offloading Mechanism in Fog Computing. *The Journal of Supercomputing*. 2022;78:1–24. https://doi.org/10.1007/s11227-022-04626-w

10. Ida Syafiza Binti, Taizir EH El-Gorashi, Mohamed OI Musa, et al. Energy Efficient Fog Based Healthcare Monitoring Infrastructure. *IEEE Access*. 2020;8:197828–197852. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3033555

11. Fatemah S. Behbehani, Taisir El-Gorashi, Jaafar M.H. Elmirghani. Power Minimization in Vehicular Cloud Architecture. arXiv:2102.09011. 2021. https://doi.org/10.48550/arXiv.2102.09011

12. Shilpa B. Kodli, Sujatha Terdal. Survey on Energy Efficient-Load Balancing in Cloud. *International Journal of Computer Applications*. 2022;184(25):15-24. http://dx.doi.org/10.5120/ijca2022922301

13. Фудухин А.В. Прогнозирование надежности электронных устройств после длительного хранения. *Математические машины и системы*. 2004;4:164–170.

14. Klimenko A.B., Melnik E.V. A Method of Improving the Reliability of the Nodes Containing Ledger Replicas. In book: Silhavy R, Silhavy P, Prokopova Z. (eds.) *Software Engineering Application in Informatics*. 2021. P. 584–592. https://doi.org/10.1007/978-3-030-90318-3_47

15. Klimenko A., Melnik E. Information and Control Systems with Distributed Ledger Usage: A Reliability Issue. In book: Radek Silhavy (ed.) *Artificial Intelligence in Intelligent Systems*. Springer; 2021. P. 133–144. https://doi.org/10.1007/978-3-030-77445-5_12

16. Melnik E., Safronenkova I., Kapustyan S. *The Efficiency Improvement of Robots Group Operation by Means of Workload Relocation*. In: Proc. Int. Conf. on Interactive Collaborative Robotics. 2021;450:126–137. https://doi.org/10.1007/978-3-030-87725-5_11

17. Мельник Э.В., Горелова Г.В. Эффект выравнивания вычислительной нагрузки процессорных устройств в высоконадежных распределенных информационно-управляющих системах. *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2012;11:29–35.

18. Каляев И.А., Мельник Э.В. Децентрализованные системы компьютерного управления. Ростов-на-Дону: Изд. ЮНЦ РАН; 2011. 196 с.

19. Preedipat Sattayasoonthorn, Jackrit Suthakorn. *Battery Management for Rescue Robot Operation*. In: Proc. 2016 IEEE Int. Conf. on Robotics and Biomimetics (ROBIO). 2016. P. 1227–1232. https://doi.org/10.1109/ROBIO.2016.7866493

20. Vinay Jadhav, Surendra Bhosale. *Battery Management System for Drones*. In: Proc. Int. Conf. on Electrical Electronics and Data Communication. 2022. URL: https://www.researchgate.net/publication/362889754_Battery_Management_System_for_Drones (дата обращения: 10.12.2022).

21. Wei Liu, Tobias Placke, Chau K.T. Overview of Batteries and Battery Management for Electric Vehicles. Energy Reports. 2022;8:4058–4084. https://doi.org/10.1016/j.egyr.2022.03.016

References

1. Mehbub Alam, Nurzaman Ahmed, Rakesh Matam, et al. *L3Fog: Fog Node Selection and Task Offloading Framework for Mobile IoT*. In: Proc. IEEE Conference on Computer Communications Workshops — IEEE INFOCOM 2022. P. 1–6. 10.1109/INFOCOMWKSHPS54753.2022.9798118

2. Abdelfettah Maatoug, Ghalem Belalem, Saïd Mahmoudi. A Location-Based Fog Computing Optimization of Energy Management in Smart Buildings: DEVS Modeling and Design of Connected Objects. *Frontiers of Computer Science*. 2023;17:172501. https://doi.org/10.1007/s11704-021-0375-z

3. Abohamama AS, Amir el Ghamry, Eslam Hamouda. Real-Time Task Scheduling Algorithm for IoT-Based Applications in the Cloud–Fog Environment. *Journal of Network and Systems Management*. 2022;30(4):54. https://doi.org/10.1007/s10922-022-09664-6

4. Saad Ahmad Khan, Muhammad Abdullah, Waheed Iqbal, et al. Efficient Job Placement Using Two-Way Offloading Technique over Fog-Cloud Architectures. *Cluster Computing*. 2022;154:1–19. 10.1007/s10586-022-03750-9

5. Rajasi Gore, Shashwati Banerjea, Neeraj Tyagi. A Heterogeneous Soft-Hard Fusion Framework on Fog Based Private SaS Model for Smart Monitoring of Public Restrooms. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*. 2022. Vol. 63. https://doi.org/10.1007/s12652-022-04401-y

6. Haibo Wang, Hongli Xu, He Huang, et al. Robust Task Offloading in Dynamic Edge Computing. *IEEE Transactions on Mobile Computing*. 2021;22:500–514. https://doi.org/10.1109/TMC.2021.3068748

7. Enlu Liu, Xiaoheng Deng, Zhi Cao, et al. *Design and Evaluation of a Prediction-Based Dynamic Edge Computing System*. In: Proc. 2018 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM). 2018. P. 1–6. https://doi.org/10.1109/GLOCOM.2018.8647199

8. Fraire JA, Gerstacker C, Hermanns H, et al. On the Scalability of Battery-Aware Contact Plan Design for LEO Satellite Constellations. *International Journal of Satellite Communications and Networking*. 2020;39:193–204. https://doi.org/10.1002/sat.1374

9. Yung-Ting Chuang, Chiu-Shun Hsiang. A Popularity-Aware and Energy-Efficient Offloading Mechanism in Fog Computing. *The Journal of Supercomputing*. 2022;78:1–24. https://doi.org/10.1007/s11227-022-04626-w

10. Ida Syafiza Binti, Taizir EH El-Gorashi, Mohamed OI Musa, et al. Energy Efficient Fog Based Healthcare Monitoring Infrastructure. *IEEE Access*. 2020;8:197828–197852. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3033555

11. Fatemah S Behbehani, Taisir El-Gorashi, Jaafar MH Elmirghani. Power Minimization in Vehicular Cloud Architecture. arXiv:2102.09011. 2021. https://doi.org/10.48550/arXiv.2102.09011

12. Shilpa B Kodli, Sujatha Terdal. Survey on Energy Efficient-Load Balancing in Cloud. *International Journal of Computer Applications*. 2022;184(25):15–24. http://dx.doi.org/10.5120/ijca2022922301

13. Fudukhin AV. Prognozirovanie nadezhnosti ehlektronnykh ustroistv posle dlitel'nogo khraneniya. *Mathematical Machines and Systems*. 2004;4:164–170. (In Russ.)

14. Klimenko AB, Melnik EV. A Method of Improving the Reliability of the Nodes Containing Ledger Replicas. In book: Silhavy R, Silhavy P, Prokopova Z (eds.) *Software Engineering Application in Informatics*. 2021. P. 584–592. https://doi.org/10.1007/978-3-030-90318-3_47

15. Klimenko A, Melnik E. Information and Control Systems with Distributed Ledger Usage: A Reliability Issue. In book: Radek Silhavy (ed.) *Artificial Intelligence in Intelligent Systems. Springer*; 2021. P. 133–144. https://doi.org/10.1007/978-3-030-77445-5_12

16. Melnik E, Safronenkova I, Kapustyan S. *The Efficiency Improvement of Robots Group Operation by Means of Workload Relocation*. In: Proc. Int. Conf. on Interactive Collaborative Robotics. 2021;450:126–137. https://doi.org/10.1007/978-3-030-87725-5_11

17. Melnik EV, Gorelova GV. About Effect of Processor Computational Load Balancing in Highly Reliable Distributed Information and Control Systems, Research Planning. *Mechatronics, Automation, Control*. 2012;11:29–35.

18. Kalyaev IA, Melnik EV. *Detsentralizovannye sistemy komp'yuternogo upravleniya*. Rostov-on-Don: Izdatel'stvo YuNTS RAN; 2011. 196 p. (In Russ.)

19. Preedipat Sattayasoonthorn, Jackrit Suthakorn. *Battery Management for Rescue Robot Operation*. In: Proc. 2016 IEEE Int. Conf. on Robotics and Biomimetics (ROBIO). 2016. P. 1227–1232. https://doi.org/10.1109/ROBIO.2016.7866493

20. Vinay Jadhav, Surendra Bhosale. *Battery Management System for Drones*. In: Proc. Int. Conf. on Electrical Electronics and Data Communication. 2022. URL: https://www.researchgate.net/publication/362889754_Battery_Management_System_for_Drones (accessed: 10.12.2022).

21. Wei Liu, Tobias Placke, Chau KT. Overview of Batteries and Battery Management for Electric Vehicles. Energy Reports. 2022;8:4058–4084. https://doi.org/10.1016/j.egyr.2022.03.016

Об авторе:

Клименко Анна Борисовна, доцент кафедры «Фундаментальная и прикладная математика» Института информационных наук и технологий безопасности Российского государственного гуманитарного университета (117534, Москва, ул. Кировоградская, д. 25 корп 2), кандидат технических наук, ScopusID, ORCID, anna_klimenko@mail.ru

Поступила в редакцию 15.12.2022.
Поступила после рецензирования 20.01.2023
Принята к публикации 20.01.2023.

Конфликт интересов
Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

About the Author:

Anna B Klimenko, associated professor of the Fundamental and Applied Mathematics Department, Institute of IT and Security Technologies, RSUH (25, Kirovogradskaya St., Moscow, 117534, RF), Cand.Sci. (Engineering), ScopusID, ORCID, anna_klimenko@mail.ru

Received 15.12.2022.
Revised 20.01.2023.
Accepted 20.01.2023.

Conflict of interest statement
The author does not have any conflict of interest.

The author has read and approved the final manuscript.

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT







УДК 004.942
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-95-106

Научная статья



Математическая модель системы управления pH в in vitro модели желудочно-кишечного тракта домашней птицы

Д.Ю. Донской[1] ✉, А.Д. Лукьянов[1], В. Филипович [2], Т.Б. Астен[1]
[1] Донской государственный технический университет, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1
[2] Университет Нови-Сада, Республика Сербия, г. Нови-Сад, бул. Цара Лазара, 1
✉ dand22@bk.ru

Аннотация
Введение. Существенная нелинейность химических реакций кислот и оснований определяет алгоритмы управления в режиме подкисления или подщелачивания, то есть периодической дозации минимального объема кислоты или щелочи. Такое регулирование может быть малоэффективным, т. е. допускает недостаточную или избыточную концентрацию контролируемого вещества. Статья посвящена проблеме точного регулирования водородного показателя в мини-биореакторах. Предлагается использовать цифровую модель системы управления кислотностью для подбора концентраций доливаемых растворов, определения методики регулирования и повышения точности. Цель работы — обеспечение требуемой точности регулирования pH в in vitro мини-модели желудочно-кишечного тракта статического типа.
Материалы и методы. Исходная структурная схема модели включает накопители и потоки. Она представляет собой базу для основных дифференциальных уравнений, характеризующих изменение объема и кислотности. Для корректировки показаний кислотности результирующего раствора по температуре создана статическая модель, основанная на полиномиальной аппроксимации экспериментальных данных методом наименьших квадратов. В прикладном пакете Matlab Simulink исследованы структурные элементы математической модели. На реальной системе in vitro моделирования искусственного желудочно-кишечного тракта домашней птицы определены переходные характеристики для подтверждения адекватности математической модели.
Результаты исследования. В рамках данной работы авторы создали и проанализировали нелинейную математическую модель изменения pH в биореакторе с учетом внешних управляющих воздействий. Потоки раствора соляной кислоты, раствора щелочи и слива раствора из реактора представлены как элементы дифференциального уравнения, описывающего накопление жидкости в реакторе. Для повышения точности решение доработали с учетом температурной зависимости водородного показателя. Предложена математическая модель дозирования на основе регулятора с каналами щелочи и кислоты. Полученные данные позволили генерировать объединенную модель процесса регулирования pH в биореакторе. Адекватность решения подтвердили опытным путем. В виде структурных схем показаны модели: регулятора pH, регулирования объема содержимого в реакторе и химических реакций. Сравниваются переходные процессы математической модели и реальной системы управления. Установлено, что переходные характеристики математической модели и реальной системы идентичны по времени регулирования. Относительная погрешность регулирования реальной системы составила 0,35 %, а математической модели — 0,1 %, что соответствует требуемой точности регулирования ±0,1 pH. В виде графиков показано влияние исследованных потоков на реакцию нейтрализации.
Обсуждение и заключения. Предлагаемая математическая модель позволит подобрать оптимальные методы и алгоритмы регулирования кислотности, что ускорит создание регулятора нелинейного процесса регулирования водородного показателя. В будущем эти наработки можно интегрировать в комплексную цифровую модель всего искусственного желудочно-кишечного тракта домашней птицы для оптимизации алгоритмов управления (дозации, перемешивания, периодичности и т. п.), а также аппроксимации к объектам in vivo.

Ключевые слова: математическое моделирование, кислотность, pH, моделирование in vitro, моделирование in vivo, система управления, алгоритм регулирования кислотности, цифровая модель.

Благодарности. Авторы выражают благодарность за финансовую поддержку исследований в рамках гранта Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 075-15-2022-285 от 9 июня 2022 г. «Ветеринарные пробиотические препараты направленного модулирования здоровья животных».

Для цитирования. Донской Д.Ю., Лукьянов А.Д., Филипович В. Математическая модель системы управления pH в in vitro модели желудочно-кишечного тракта домашней птицы. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(1):95–106. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-95-106

Original article

Mathematical Model of the pH Control System in an In Vitro Model of the Gastrointestinal Tract of Poultry

Danila Yu Donskoy[1], Alexandr D Lukyanov[1], Vladimir Filipović [2], Tamara B Asten[1]
[1] Don State Technical University, 1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, Russian Federation
[2] University of Novi Sad, 1, Bul. cara Lazara, Novi Sad, Republic of Serbia
✉ dand22@bk.ru

Abstract
Introduction. Essential nonlinearity of the chemical reactions of acids and bases determines the control algorithms in the mode of acidification or alkalization, that is, periodic dosing of a minimum volume of acid or alkali. Such regulation may be ineffective, specifically, it allows insufficient or excessive concentration of the controlled substance. The article discusses the problem of precise regulation of the hydrogen index in mini-bioreactors. It is proposed to use a digital model of the acidity control system to select the concentrations of topped-up solutions, determine the regulation methodology, and improve accuracy. The objective of the work is the assurance of required accuracy of pH regulation in an in vitro mini-model of the gastrointestinal tract of a static type.
Materials and Methods. The initial block diagram of the model included accumulators and flows. It was the base for the main differential equations characterizing the change in volume and acidity. To correct the acidity readings of the resulting solution by temperature, a static model based on the polynomial approximation of experimental data using the least squares method was created. The structural elements of the mathematical model were investigated in the Matlab Simulink application package. To validate the adequacy of the mathematical model, transient characteristics were determined on a real system of in vitro modeling of the artificial gastrointestinal tract of poultry.
Results. Within the framework of this work, the authors created and analyzed a nonlinear mathematical model of pH changes in a bioreactor taking into account external control actions. The flows of hydrochloric acid solution, alkali solution and drain from the reactor were presented as elements of a differential equation describing the accumulation of liquid in the reactor. To improve the accuracy, the solution was modified taking into account the temperature dependence of the hydrogen index. A dosing mathematical model based on a regulator with alkali and acid channels was proposed. The data obtained made it possible to generate a combined model of the pH regulation process in the bioreactor. The adequacy of the solution was confirmed empirically. The models of pH regulator, regulation of the volume of contents in the reactor and chemical reactions were shown in the form of structural diagrams. The transients of a mathematical model and a real control system were compared. It was established that the transient characteristics of the mathematical model and the real system were identical in terms of regulation time. The relative error of regulation of the real system was 0.35 %, and the mathematical model — 0.1 %, which corresponded to the required accuracy of regulation ± 0.1 pH. The influence of the studied flows on the neutralization reaction was shown in the form of graphs.
Discussion and Conclusions. The proposed mathematical model will provide selecting optimal methods and algorithms for regulating acidity, which will accelerate the creation of a regulator for the nonlinear process of regulating the hydrogen index. In the future, these developments can be integrated into a comprehensive digital model of the entire artificial gastrointestinal tract of poultry to optimize control algorithms (dosing, mixing, periodicity, etc.), as well as approximation to objects in vivo.

Keywords: mathematical modeling, acidity, pH, in vitro modeling, in vivo modeling, control system, acidity regulation algorithm, digital model.

Acknowledgements. Appreciation is expressed for the financial support of research within the framework of Grant No. 075-15-2022-285 dated June 9, 2022, “Veterinary probiotic drugs for targeted modulation of animal health”.

For citation. Donskoy DYu., Lukyanov AD., Filipović V, et al. Mathematical Model of the pH Control System in an In Vitro Model of the Gastrointestinal Tract of Poultry. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* 2023;23(1)95–106. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-95-106

Введение. С начала 1980-х годов исследователи физиологии и функциональных особенностей внутренних органов человека пришли к пониманию, что фокус экспериментов будет смещаться от практик in vivo к in vitro [1]. Актуальность разработки систем аппаратной имитации физиологических процессов обусловлена:

– снижением затрат и времени на проведение исследований:

– возможностью единовременного проведения однотипных экспериментов;

– акцентом на этичность исследований, что предполагает ограничение экспериментов на живых существах.

К началу XXI века сформировалось научное направление по разработке методик и оборудования для моделирования и исследований in vitro [1].

В настоящее время известны статические и динамические in vitro модели желудочно-кишечного тракта (ЖКТ). В первом случае речь идет о моделировании процессов пищеварения при использовании жидких питательных сред [2]. Динамические модели, в отличие от статических, позволяют моделировать перистальтические движения в ЖКТ и используются при работе с пищевыми матрицами в виде суспензий, включающих твердые частицы и волокна.

Цель данной работы — обеспечение требуемой точности регулирования pH в in vitro мини-модели ЖКТ статического типа.

Для достижения цели решаются следующие задачи:

– разработка нелинейной математической модели изменения pH в биореакторе с учетом внешних управляющих воздействий;

– исследование математической модели методами имитационного моделирования;

– доработка математической модели для повышения ее точности путем учета температурной зависимости водородного показателя;

– создание математической модели процесса дозирования на основе двухканального конкурентного регулятора (по каналам щелочи и кислоты);

– разработка объединенной математической модели процесса регулирования pH в биореакторе;

– проведение экспериментов для подтверждения адекватности объединенной математической модели и определения достигнутой точности регулирования.

Материалы и методы. С точки зрения моделируемого объема модели ЖКТ подразделяются на микро- (до 50 мл), мини- (от 50 до 400 мл) и макросистемы (свыше 400 мл) [3]. Отдельно следует упомянуть микрофлюидные системы [4], но они выходят за рамки данной работы.

Патентный анализ позволяет назвать первое зарегистрированное изобретение в данной сфере — «In vitro модель in vivo пищеварительного тракта»[1]. Эта динамическая система предшествовала появлению систем типа TIM2 [5]. Идея развивалась в моделях DGM [6], TIM2 [5], HGS [7] и др. Статические модели (DIDGI [8], SIMGI [9], SHIME [10], ARCOL [11] и др.) ушли от сложного моделирования перистальтики и сфокусировались на более точном моделировании собственно процессов пищеварения. Первая причина — техническая сложность и дороговизна реализации систем с динамическим сжатием содержимого. Вторая — развитие методов математического моделирования и микроконтроллерных систем управления, позволивших мониторить среду в пробирке (реакторе) с высокой точностью и стабильностью [4].

В данной работе рассматривается решение частной задачи математического моделирования процесса регулирования pH для in vitro мини-модели желудочно-кишечного тракта (ЖКТ) статического типа [12]. Точность управления кислотностью химуса определяется жесткими требованиями к условиям экспериментов in vitro. Точность автоматического регулирования pH в биореакторе не может быть ниже ±0,1 единицы.[2] Это принципиально для правдоподобия условий процессов пищеварения и соблюдения требований к повторяемости результатов опытов. При этом pH может быть от слабощелочной (7,9 pH, ротовая полость) до сильно кислотной (1,3 pH, желудок).

Для моделирования реакции нейтрализации воспользуемся методом накопителей и потоков [13]. Его база — это законы сохранения (накопители), а также математическое описание закономерностей, изменяющих

---

[1] Minekus M., Havenaar R. In vitro model of an in vivo digestive tract : патент US005525305A США : B01F31/55 ; заявл. 01.11.94 ; опубл. 11.06.96.

[2] Чикиндас М. Л. Ветеринарные пробиотические препараты направленного модулирования здоровья животных // Mega grants : [сайт]. URL https://p220.ru/labs/lab_rus_74331/ (дата обращения 28.02.2023).

количество накапливаемого признака (потоки). Структурная схема данной модели с двумя накопителями представлена на рис. 1.

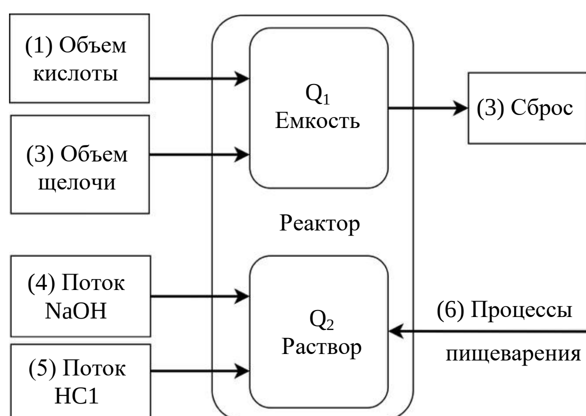


Рис. 1. Структурная схема модели с двумя накопителями

Реактор как физический объект накапливает некоторое количество:

– жидкости (Q_1);

– ионов водорода (Q_2).

В этой емкости идет контролируемый процесс пищеварения с изменением pH и объема жидкости.

На первый накопитель действуют три потока:

– 1-й — объем доливаемой кислоты;

– 2-й — объем доливаемой щелочи;

– 3-й — объем, выливаемый из реактора.

На второй накопитель также влияют три потока:

– 4-й — подача насосом гидроксида натрия [2];

– 5-й — поступление соляной кислоты [2];

– 6-й — изменение pH в процессе пищеварения.

Последний поток представляет собой возмущающее воздействие и не исследуется в данной работе.

Результаты исследования. Рассмотрим математическую реализацию модели для описания физико-химических процессов.

Объем жидкости в реакторе:

$$V = S \cdot h. \quad (1)$$

Изменение объема жидкости в реакторе:

$$dV = S \cdot dh. \quad (2)$$

Для удобства назовем:

– поток раствора соляной кислоты — $q_1 = G_1$;

– поток раствора щелочи (гидроксид натрия) — $q_2 = G_2$;

– поток слива раствора из реактора — $q_2 = G_3$.

Таким образом, дифференциальное уравнение, описывающее накопление жидкости в реакторе:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{S}\left(G_1 + G_2 - G_3\right). \quad (3)$$

Для определения динамики изменения концентрации раствора в реакторе необходимо найти дифференциал количества вещества:

$$v = V \cdot C, \quad (4)$$

где V — это объем вещества, л; С — молярная концентрация, моль/л.

Из (4) и (1) получаем:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(S \cdot h \cdot C\right) = S \cdot \left(C \cdot \frac{dh}{dt} + h \cdot \frac{dC}{dt}\right). \quad (5)$$

На изменение концентрации раствора влияют потоки щелочи и кислоты с определенной концентрацией. Значит:

$$S \cdot \left(C \cdot \frac{dh}{dt} + h \cdot \frac{dC}{dt}\right) = \left(G_1 \cdot C_{NaOH} - G_2 \cdot C_{HCl}\right). \quad (6)$$

Из (6) выведем изменение концентрации и упростим выражение:

$$\frac{dC}{dt} = \frac{1}{S \cdot h}\left(G_1(C_{NaOH} - C) + G_2(C - C_{HCl})\right). \quad (7)$$

Представим систему дифференциальных уравнений, описывающих динамику изменения объема и концентрации раствора в биореакторе:

$$\begin{cases} \dfrac{dh}{dt} = \dfrac{1}{S}(G_1 + G_2 - G_3), \\ \dfrac{dC}{dt} = \dfrac{1}{S \cdot h}\left(G_1(C_{NaOH} - C) + G_2(C - C_{HCl})\right). \end{cases} \quad (8)$$

Зная основы химии и принимая во внимание (8), можно определить концентрацию катионов H ($[H^+]$). Концентрации ионов водорода ($[H^+]$) и гидроксид-ионов ($[OH^-]$) в дистиллированной воде при 25 °C равны и составляют по 10^{-7} моль/л. Это следует из определения ионного произведения воды [11]:

$$K = \left[H^+\right] \times \left[OH^-\right] = 10^{-14}\,\text{mol}^2 / l^2 \left(\text{at } 25\ °C\right). \quad (9)$$

Также стоит учитывать, что:

$$T = [OH^-] - [H^+] = [Na^+] - [Cl^-]. \quad (10)$$

Теперь найдем $[H^+]$ (обозначим, как C_H) через квадратный корень из предыдущих выражений с учетом концентрации раствора по уравнению (4) [14]:

$$\begin{cases} C_H = \dfrac{T}{2}\left(\sqrt{1 + \dfrac{i \cdot K}{T^2}} - 1\right), T > 0, \\ C_H = \sqrt{K}, T = 0, \\ C_H = -\dfrac{T}{2}\left(\sqrt{1 + \dfrac{i \cdot K}{T^2}} + 1\right), T < 0. \end{cases} \quad (11)$$

Здесь ионы $i = 4$.

Для создания системы регулирования с обратной связью по кислотности в виде водородного показателя (pH) используем отрицательный десятичный логарифм из концентрации, рассчитанной по уравнениям (7), и получим кислотность раствора при нормальных условиях, то есть при 25 °C.

Однако содержимое биореактора не всегда находится в нормальных условиях. Например, для создания искусственной среды, свойственной in vivo среде желудочно-кишечного тракта домашней птицы, в реакторе поддерживается температура 42 °C. Поэтому на высокоточных измерителях pH получили матрицу изменения pH буферных растворов в зависимости от температуры. Показания фиксировали по измерительной системе с термокомпенсацией для применяемого электрода [13]. С этой целью использовали данные эксперимента и сведения из открытых источников[3].

В итоге построили статическую модель. Ее получили полиномиальной аппроксимацией методом наименьших квадратов. Зависимость pH от температуры визуализирована на рис. 2 [14–16].

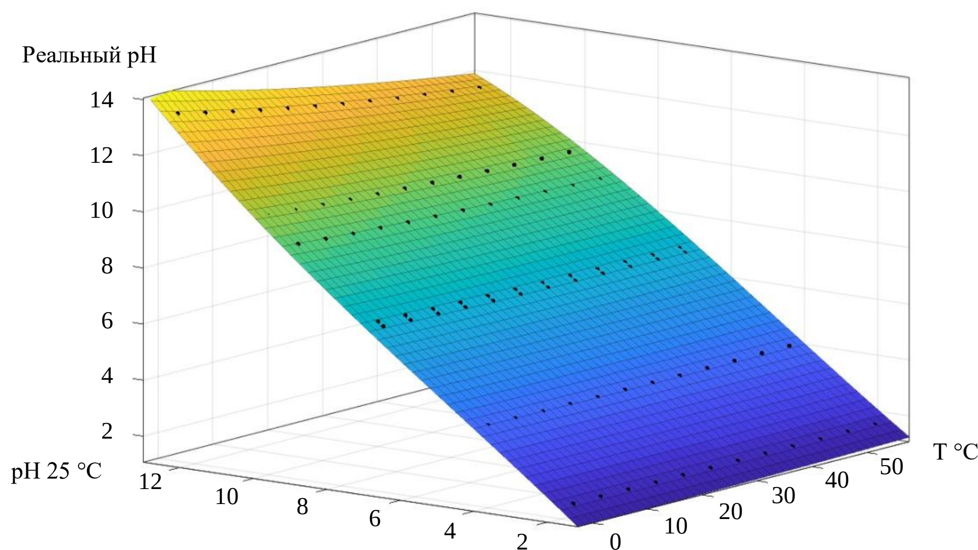


Рис. 2. Поверхность, описывающая зависимость pH от температуры (12)

[3] Automatic Temperature Compensation in pH Measurement / Horiba // horiba.com : [сайт]. URL: https://www.horiba.com/esp/water-quality/support/technical-tips/bench-meters/automatic-temperature-compensation-in-ph-measurement/?utm_source=uhw&utm_medium=301&utm_campaign=uhw-redirect (дата обращения: 25.12.2022).

$$F(x) = p00 + p10 \cdot x + p01 \cdot y + p20 \cdot x^2 + p11 \cdot x \cdot y + p02 \cdot y^2 + \\ + p30 \cdot x^3 + p21 \cdot x^2 \cdot y + p12 \cdot x \cdot y^2. \quad (12)$$

Коэффициенты уравнения представлены в таблице 1.

Таблица 1

Коэффициенты уравнения (11)

Коэффициент	Значение
$p00$	0,154
$p10$	–0,00511
$p01$	0,899
$p20$	$–2,998 \cdot 10^{–6}$
$p11$	0,00333
$p02$	0,0130
$p30$	$–3,226 \cdot 10^{–7}$
$p21$	$1,588 \cdot 10^{–5}$
$p12$	$–4,8 \cdot 10^{–4}$

Для определения переходных процессов в системе построим математическую модель в прикладном пакете Matlab Simulink (рис. 3):

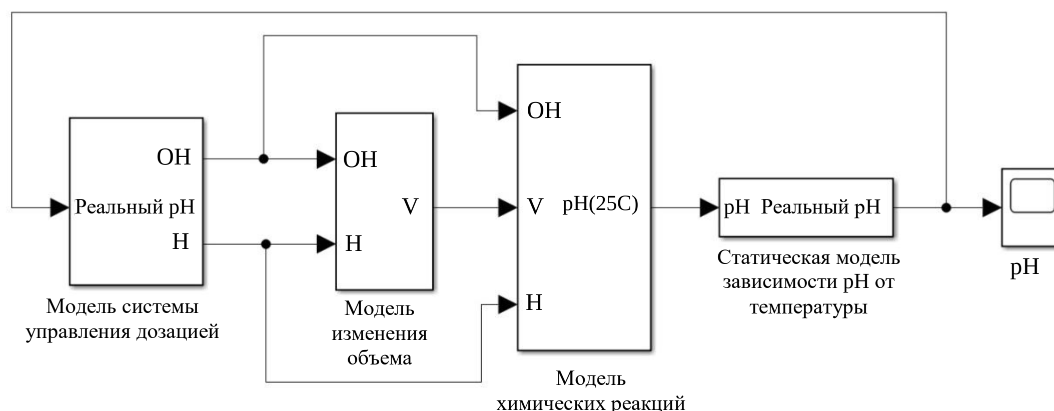


Рис. 3. Общая структура математической модели в Matlab Simulink

Рассмотрим созданную систему по блокам. Первый — блок двухканального регулятора по кислотности с обратной связью. В цепь обратной связи введены шумы для моделирования случайных событий реальной системы измерения кислотности и погрешности измерительных приборов.

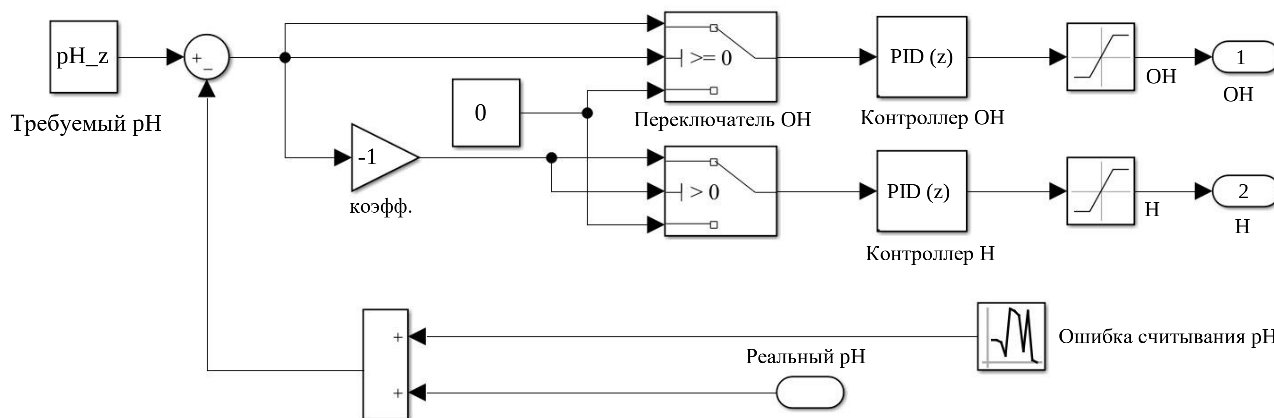


Рис. 4. Структура регулятора pH, блок «Модель системы управления дозацией»

Второй блок — это система контроля объема раствора в реакторе. Функция Volume change model моделирует включение откачивания. Так обеспечивается постепенный сброс раствора до необходимого объема при его приближении к максимуму.

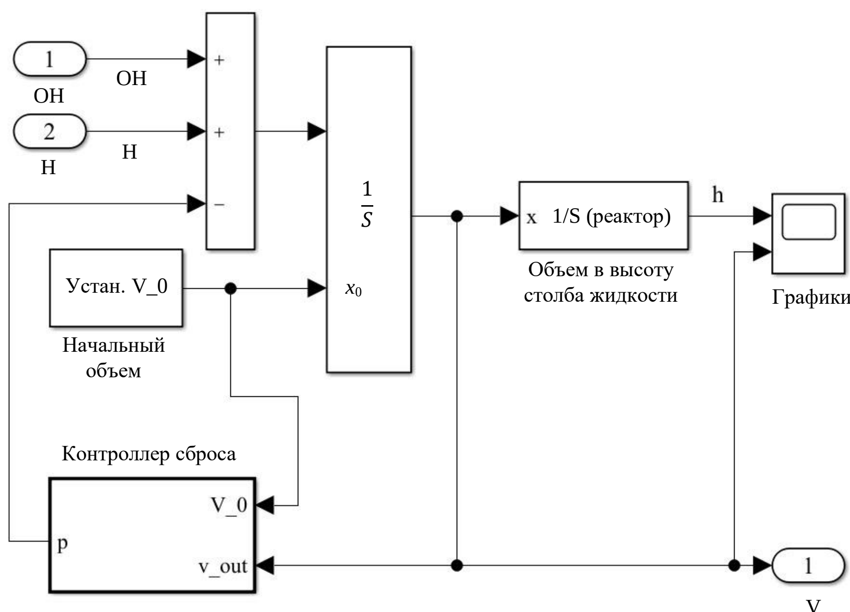


Рис. 5. Структура модели регулирования объема содержимого в реакторе, блок «Модель изменения объема»

Третий блок — основной. Он реализует расчет химической реакции кислоты и щелочи при добавлении в реактор и вычисление pH конечного раствора при нормальных условиях. Функция Neutralization определяет концентрацию ионов водорода в растворе [12]. Блок Concentration in pH преобразует концентрацию в водородный показатель pH.

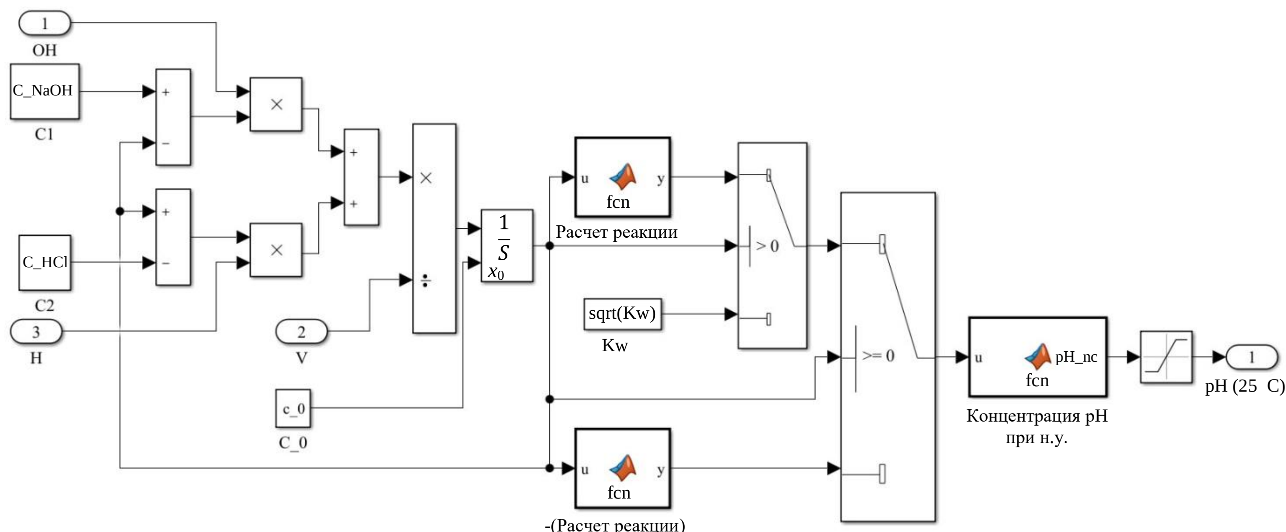


Рис. 6. Структура модели, описывающей химические реакции, блок «Модель химических реакций»

Функция статистической модели в четвертом блоке (Temperature correction) позволяет учесть температурные изменения раствора.

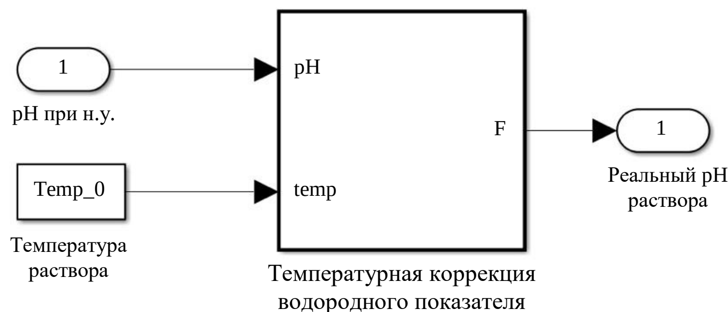


Рис. 7. Структура модели, описывающей изменение кислотности от температуры, блок «Статическая модель зависимости pH от температуры»

Для определения адекватности переходных характеристик результирующей математической модели проводились эксперименты на имитационной модели. Реальная модель представлена системой автоматизированного управления искусственным ЖКТ домашней птицы с одним блоком управления и биореактором. Оборудование представлено на рис. 8.



а) *б*)

Рис. 8. Оборудование для проведения исследований: *а* — система управления параметрами среды в биореакторе; *б* — элементы биореактора. 1 — управляемые перемешивающие устройства; 2 — нагреватели; 3 — порты для датчиков и системы дозации жидкостей

Опишем методику проведения эксперимента. В математической модели учитываются характеристики реальной системы:

– заданная кислотность;
– параметры реактора (площадь основания и высота);
– концентрации доливаемых веществ (кислоты и щелочи);
– начальная концентрация раствора;
– начальный объем раствора;
– температура раствора на протяжении всего эксперимента;
– дискретность процесса регулирования [14].

Математическая модель представляет собой идеальную систему: смешивание растворов в реакторе происходит мгновенно и равномерно. В реальных условиях это невозможно, поэтому для равномерного растворения добавленной кислоты или щелочи необходимо принудительное перемешивание. В имитационной модели данная проблема решается магнитной мешалкой с управлением SCADA[4].

К сожалению, такой тип перемешивающего устройства наводит на pH-электрод электромагнитные помехи. Для исключения помех устройство перемешивания кратковременно отключалось. Дискретность измерений и работы регулятора составила 20 секунд, что обусловлено экспериментально установленным временем нормализации показаний pH электрода в реакторе (по документации электрода возможна дискретизация до 1–2 минут) [5, 6]. В целях обеспечения безопасности регулятор реальной системы ограничен в максимальном объеме дозируемой кислоты или щелочи, что учитывалось в модели.

На рис. 9 сравниваются переходный процесс математической модели и реальной системы управления. PH-электрод — это чувствительный элемент, на который воздействуют внешние электромагнитные помехи.

[4] От англ. Supervisory Control And Data Acquisition — диспетчерское управление и сбор данных. Программный пакет для создания или поддержки работы систем сбора, обработки, отображения и хранения информации об объекте мониторинга или управления.
[5] Ph-4502c pH meter calibration notes / tlfong01,blog // tlfong01,blog. My electronics diy projects : [сайт]. URL: https://tlfong01.blog/2019/04/26/ph-4502c-ph-meter-calibration-notes/ (дата обращения: 30.11.2022).
[6] EZO™ pH Circuit Datasheet / Atlas Scientific LLC // files.atlas-scientific.com : [сайт]. URL: https://files.atlas-scientific.com/pH_EZO_Datasheet.pdf (дата обращения: 30.11.2022).

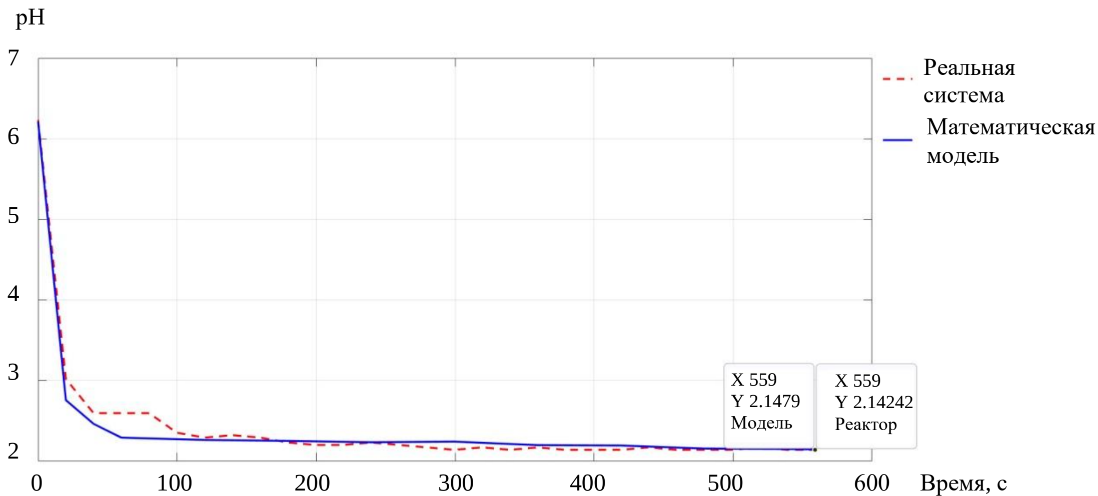


Рис. 9. Переходные характеристики математической модели и реальной системы при регулировании от 6,2 до 2,15 pH

Один из экспериментов проводился при заданной кислотности раствора 2,15±0,05 pH. Кислотность исходного раствора — 6,2 pH. Температура раствора в реакторе — 22,25 °С. Для изменения кислотности использовались растворы 0,1 моль/литр *NaOH* и 0,1 моль/литр *HCl*. Алгоритм дозации заключался в дискретном пропорциональном регулировании.

На рис. 10 представлены интегралы по потокам из дифференциального уравнения (7).

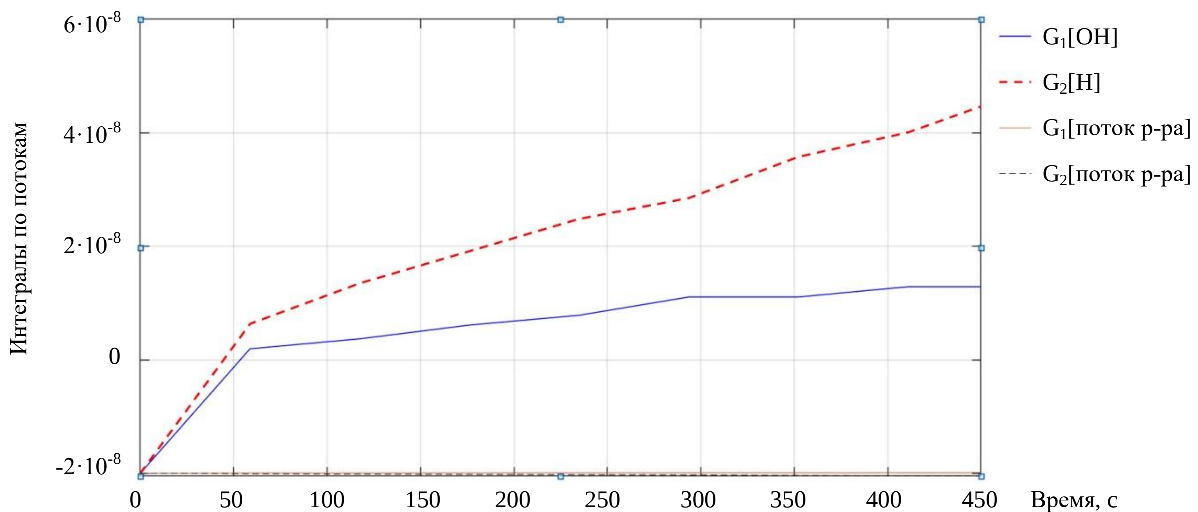


Рис. 10. Влияние каждого потока на реакцию нейтрализации в ходе экспериментов

Обсуждение и заключения. Анализ результатов моделирования показал, что потоки с концентрацией раствора в реакторе не вносят весомого вклада в регулирование всей системы, поэтому ими можно пренебречь. Тогда система дифференциальных уравнений цифровой модели (8) приобретет следующий вид:

$$\begin{cases} \dfrac{dh}{dt} = \dfrac{1}{S}\left(G_1 + G_2 - G_3\right), \\ \dfrac{dC}{dt} = \dfrac{1}{S \cdot h}\left(G_1 \cdot C_{NaOH} - G_2 \cdot C_{HCl}\right). \end{cases} \tag{13}$$

По результатам экспериментов с учетом концентрации раствора в реакторе относительная погрешность установившейся кислотности раствора для математической модели составила 0,1 %, а для реальной системы с тем же алгоритмом — 0,35 %.

Итак, в математической модели учтем погрешность показаний электрода и пренебрежем перемешиванием растворов. Абсолютная погрешность результатов регулирования находится в допустимых пределах и не превышает ±0,1 pH от заданной величины. Это означает, что разработанная математическая модель адекватно описывает кривую реакции нейтрализации и в будущем позволит подобрать оптимальные алгоритмы регулирования, что было бы трудоемким процессом в реальной системе.

Разработанная модель решает поставленную задачу. Она представляет собой математический инструмент для создания методик и алгоритмов регулирования pH с учетом температуры содержимого мини-реактора, начальной концентрации основного раствора и концентраций доливаемых растворов. Такой подход позволяет совершенствовать существующие алгоритмы управления.

Список литературы

1. Verhoeckx K., Cotter P., Lopez-Exposito I., et al. (eds.) *The Impact of Food Bioactives on Health. In Vitro and Ex Vivo Models*. Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer Open; 2015. 342 p. URL: https://www.ncbi.nlm.nih.gov/books/NBK500148/ (дата обращения: 28.09.2022).

2. Alegría A., Garcia-Llatas G., Cilla A. Static Digestion Models: General Introduction. In book: *The Impact of Food Bioactives on Health. In Vitro and Ex Vivo Models.* Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer Open; 2015. P. 3–12. URL: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-16104-4_1 (дата обращения: 28.09.2022).

3. Dupont D., Alric M., Blanquet-Diot S., et al. Can Dynamic *In Vitro* Digestion Systems Mimic the Physiological Reality? *Critical Reviews in Food Science and Nutrition.* 2019;59:1546–1562. URL: https://doi.org/10.1080/10408398.2017.1421900

4. Steinway S.N., Saleh J., Bon-Kyoung Koo, et al. Human Microphysiological Models of Intestinal Tissue and Gut Microbiome. *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*. 2020;8:725. URL: https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fbioe.2020.00725 (дата обращения: 28.09.2022).

5. Venema K. The TNO In Vitro Model of the Colon (TIM-2). In book: *The Impact of Food Bioactives on Health. In Vitro and Ex Vivo Models*. Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer Open; 2015. P. 293–304. URL: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-16104-4_26 (дата обращения: 28.09.2022).

6. Mandalari G., Chessa S., Bisignano C., et al. The Effect of Sundried Raisins (Vitis vinifera L.) on the In Vitro Composition of the Gut Microbiota. *Food & Function*. 2016;7:4048–4060. URL: http://dx.doi.org/10.1039/C6FO01137C (дата обращения: 28.09.2022).

7. Ferrua M., Singh R. Human Gastric Simulator (Riddet Model). In book: *The Impact of Food Bioactives on Health.* Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer Open; 2015. P. 61–71. https://doi.org/10.1007/978-3-319-16104-4_7

8. Ménard O., Picque D., Dupont D. The DIDGI®system. In book: *The Impact of Food Bioactives on Health. In Vitro and Ex Vivo Models.* Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer Open; 2015. P. 73–81. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-16104-4_8

9. Barroso E., Cueva C., Peláez C., et al. The Computer-Controlled Multicompartmental Dynamic Model of the Gastrointestinal System SIMGI. In book: *The Impact of Food Bioactives on Health. In Vitro and Ex Vivo Models.* Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer Open; 2015. P. 319–327. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-16104-4_28

10. Van de Wiele T., Van den Abbeele P., Ossieur W., et al. The Simulator of the Human Intestinal Microbial Ecosystem (SHIME®). In book: *The Impact of Food Bioactives on Health. In Vitro and Ex Vivo Models.* Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer Open; 2015. P. 305–317. https://doi.org/10.1007/978-3-319-16104-4_27

11. González C, González D, Zúñiga RN, et al. Simulation of Human Small Intestinal Digestion of Starch Using an In Vitro System Based on a Dialysis Membrane Process. *Foods.* 2020;9(7):913. https://doi.org/10.3390/foods9070913

12. Donskoy D., Katin O., Alekseenko L. Development and Implementation of the GIT-Modelling Bioreactor System: The Way to Reducing a Carbon Footprint. *E3S Web of Conferences.* 2021;279:01030. https://doi.org/10.1051/e3sconf/202127901030

13. Asuero A.G., Michałowski T. Comprehensive Formulation of Titration Curves for Complex AcidBase Systems and Its Analytical Implications. *Critical Reviews in Analytical Chemistry*. 2011;41:151–187. http://dx.doi.org/10.1080/10408347.2011.559440

14. Garcia C., Juliani R. Modelling and Simulation of pH Neutralization Plant Including the Process Instrumentation. In book: Michalowski T (ed.). *Applications of MATLAB in Science and Engineering*. 2011. P. 485–510. http://dx.doi.org/10.5772/1534

15. Egger L., Ménard O., Abbühl L., et al. Higher Microbial Diversity in Raw than in Pasteurized Milk Raclette-Type Cheese Enhances Peptide and Metabolite Diversity after *In Vitro* Digestion. *Food Chemistry*. 2021;340:128154. https://doi.org/10.1016/j.foodchem.2020.128154

16. Chistyakov V.A., Lukyanov A.D., Donskoy D.Yu., et al. Modeling and Analysis of Energy Efficiency of Methods for Maintaining Temperature Conditions in Microbioreactors. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020;900:012015. http://dx.doi.org/10.1088/1757-899X/900/1/012015

References

1. Verhoeckx K, Cotter P, Lopez-Exposito I, et al. (eds.) *The Impact of Food Bioactives on Health. In Vitro and Ex Vivo Models.* Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer Open; 2015. 342 p. URL: https://www.ncbi.nlm.nih.gov/books/NBK500148/ (accessed: 28.09.2022).

2. Alegría A, Garcia-Llatas G, Cilla A. Static Digestion Models: General Introduction. In book: *The Impact of Food Bioactives on Health. In Vitro and Ex Vivo Models.* Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer Open; 2015. P. 3–12. URL: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-16104-4_1 (accessed: 28.09.2022).

3. Dupont D, Alric M, Blanquet-Diot S, et al. Can Dynamic *In Vitro* Digestion Systems Mimic the Physiological Reality? *Critical Reviews in Food Science and Nutrition*. 2019;59:1546–1562. URL: https://doi.org/10.1080/10408398.2017.1421900 (accessed: 28.09.2022).

4. Steinway SN, Saleh J, Bon-Kyoung Koo, et al. Human Microphysiological Models of Intestinal Tissue and Gut Microbiome. *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology.* 2020;8:725. URL: https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fbioe.2020.00725 (accessed: 28.09.2022).

5. Venema K. The TNO In Vitro Model of the Colon (TIM-2). In book: *The Impact of Food Bioactives on Health. In Vitro and Ex Vivo Models.* Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer Open; 2015. P. 293–304. URL: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-16104-4_26 (accessed: 28.09.2022).

6. Mandalari G, Chessa S, Bisignano C, et al. The Effect of Sundried Raisins (Vitis vinifera L.) on the In Vitro Composition of the Gut Microbiota. *Food & Function.* 2016;7:4048–4060. URL: http://dx.doi.org/10.1039/C6FO01137C (accessed: 28.09.2022).

7. Ferrua M, Singh R. Human Gastric Simulator (Riddet Model). In book: *The Impact of Food Bioactives on Health. In Vitro and Ex Vivo Models*. Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer Open; 2015. P. 61–71. 10.1007/978-3-319-16104-4_7

8. Ménard O, Picque D, Dupont D. The DIDGI®system. In book: *The Impact of Food Bioactives on Health. In Vitro and Ex Vivo Models.* Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer Open; 2015. P. 73–81. 10.1007/978-3-319-16104-4_8

9. Barroso E, Cueva C, Peláez C, et al. The Computer-Controlled Multicompartmental Dynamic Model of the Gastrointestinal System SIMGI. In book: *The Impact of Food Bioactives on Health. In Vitro and Ex Vivo Models.* Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer Open; 2015. P. 319–327. 10.1007/978-3-319-16104-4_28

10. Van de Wiele T, Van den Abbeele P, Ossieur W, et al. The Simulator of the Human Intestinal Microbial Ecosystem (SHIME®). In book: *The Impact of Food Bioactives on Health. In Vitro and Ex Vivo Models.* Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer Open; 2015. P. 305–317. https://doi.org/10.1007/978-3-319-16104-4_27

11. González C, González D, Zúñiga RN, et al. Simulation of Human Small Intestinal Digestion of Starch Using an In Vitro System Based on a Dialysis Membrane Process. *Foods*. 2020;9(7):913. https://doi.org/10.3390/foods9070913

12. Donskoy D, Katin O, Alekseenko L. Development and Implementation of the GIT-Modelling Bioreactor System: The Way to Reducing a Carbon Footprint. *E3S Web of Conferences.* 2021;279:01030. https://doi.org/10.1051/e3sconf/202127901030

13. Asuero AG, Michałowski T. Comprehensive Formulation of Titration Curves for Complex AcidBase Systems and Its Analytical Implications. *Critical Reviews in Analytical Chemistry.* 2011;41:151–187. 10.1080/10408347.2011.559440

14. Garcia C, Juliani R. Modelling and Simulation of pH Neutralization Plant Including the Process Instrumentation. In book: Michalowski T (ed.). *Applications of MATLAB in Science and Engineering.* 2011. P. 485–510. http://dx.doi.org/10.5772/1534

15. Egger L, Ménard O, Abbühl L, et al. Higher Microbial Diversity in Raw than in Pasteurized Milk Raclette-Type Cheese Enhances Peptide and Metabolite Diversity after *In Vitro* Digestion. *Food Chemistry*. 2021;340:128154. https://doi.org/10.1016/j.foodchem.2020.128154

16. Chistyakov VA, Lukyanov AD, Donskoy DYu, et al. Modeling and Analysis of Energy Efficiency of Methods for Maintaining Temperature Conditions in Microbioreactors. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.* 2020;900:012015. 10.1088/1757-899X/900/1/012015

Об авторах:

Донской Данила Юрьевич, ассистент кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ScopusID, ORCID, dand22@bk.ru

Лукьянов Александр Дмитриевич, заведующий кафедрой «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент, ScopusID, ORCID, lex1998@rambler.ru

Владимир Филипович, доктор кафедры «Химическая инженерия» Университета Нови-Сада (21000, Республика Сербия, г. Нови-Сад, бул. Цара Лазара, 1), ScopusID, ORCID

Астен Тамара Борисовна, профессор кафедры «Мировые языки и культуры» Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор филологических наук, ORCID, tamara@mail.ru.

Заявленный вклад соавторов

Д.Ю. Донской — формирование основной концепции, цели и задач исследования, расчеты, проведение экспериментов, подготовка текста, формулирование выводов. А.Д. Лукьянов — научное руководство, корректировка математической модели, анализ результатов исследований, редактирование текста, корректировка выводов. В. Филипович — научное руководство, корректировка математической модели. Т.Б. Астен — редактирование и частичный перевод текста.

Поступила в редакцию 09.01.2023.
Поступила после рецензирования 01.02.2023.
Принята к публикации 02.02.2023.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Danila Yu Donskoy, postgraduate of the Production Automation Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), ScopusID, ORCID, dand22@bk.ru

Alexandr D Lukyanov, Head of the Production Automation Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand.Sci. (Eng.), associate professor, ScopusID, ORCID, lex1998@rambler.ru

Vladimir Filipović, senior research fellow, Faculty of Technology, University of Novi Sad (1, Bul. cara Lazara, Novi Sad, 21000, Serbia), ScopusID, ORCID

Tamara B Asten, professor of the World Languages and Cultures Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Dr.Sci. (Philology), ORCID, tamara@mail.ru

Claimed contributorship:

DYu Donskoy: basic concept formulation; research objectives and tasks; calculation analysis; conducting experiments; preparing text; forming conclusions. AD Lukyanov: academic advising; correction of the mathematical model; analysis of research results; text editing; correction of conclusions. V Filipović: academic advising; correction of the mathematical model. TB Asten: editing and partial translation of the text.

Received 09.01.2023.
Revised 01.02.2023.
Accepted 02.02.2023.

Conflict of interest statement

The authors do not have any conflict of interest.

All authors have read and approved the final manuscript.